



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

ASIGNATURA / **COURSE TITLE**

Procesos estocásticos / [Stochastic processes](#)

1.1. **Código / Course number**

30066

1.2. **Materia / Content area**

Probabilidad y Estadística / [Probability and Statistics](#)

1.3. **Tipo / Course type**

Formación optativa / [Elective subject](#)

1.4. **Nivel / Course level**

Máster (Nivel M2) / [Master \(Level M2\)](#)

1.5. **Curso / Year**

2018/2019

1.6. **Semestre / Semester**

Primero / [First \(Fall semester\)](#)

1.7. **Idioma / Language**

Español e inglés. (El curso se podrá impartir en inglés siempre y cuando, al menos, un alumno internacional matriculado en la asignatura lo solicite). / [Spanish and English. \(The course can be taught in English if at least one officially registered international student requests so\).](#)

1.8. **Requisitos previos / Prerequisites**

Conocimientos básicos de probabilidad / [Basic knowledge of probability](#)



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia a las clases es muy recomendable.
Attendance to the lectures is highly recommended.

1.10. Datos del equipo docente / **Faculty data**

Docente: Jesús Munárriz Aldaz
Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias
Despacho 205 - Módulo 8
Teléfono: (+34) 91 497 7041
Correo electrónico: jesus.munarriz@uam.es
Horario de atención al alumnado: mediante petición individual del alumno

1.11. Objetivos del curso / **Course objectives**

El objetivo del curso es proporcionar una perspectiva general de los procesos estocásticos más importantes y sus aplicaciones. Dada la amplitud del tema, no se incidirá en los detalles y evitaremos las demostraciones más técnicas. Nos concentraremos en la motivación de los resultados y en las ideas que subyacen a los principales conceptos.

Se comienza con un breve tema de carácter introductorio para explicar los conceptos básicos, las diferencias con lo visto en cursos previos de probabilidad y algunos ejemplos de procesos importantes. Posteriormente, se estudian martingalas, cadenas de Markov (en tiempo discreto, y en tiempo continuo si el desarrollo del curso lo permite), y sus aplicaciones a problemas de ruina, el movimiento Browniano y la integración estocástica.

The aim of the course is to provide a general perspective of the most important stochastic processes and their applications. We do not focus on details and we avoid highly technical proofs. We concentrate on the motivation of the results and the ideas behind the main concepts.

We start with some introductory lectures to explain the basic concepts, the differences between previous courses in probability and the new subjects and some examples of important processes. Afterwards, we analyze Markov chains



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

(in discrete time, and maybe contiuous time also), martingales and their applications to ruin problems, Brownian motion, and stochastic integration.

1.12. Contenidos del programa / Course contents

BLOQUE I: Introducción a los procesos estocásticos

Contenidos Teóricos y Prácticos: Definición y conceptos básicos. Algunos tipos importantes de procesos: martingalas, de Markov y estacionarios. El problema de la ruina del jugador. Dos procesos importantes: el proceso de Poisson y el movimiento browniano.

Objetivos y Capacidades a Desarrollar: Familiarizarse con los conceptos básicos sobre procesos estocásticos que se manejan a lo largo del curso. Se introducen aquí algunos procesos estocásticos y ejemplos importantes que aparecerán en posteriores bloques temáticos.

BLOQUE II: Esperanza condicionada y martingalas en tiempo discreto

Contenidos teóricos y prácticos: Esperanza condicionada. Definición de martingala. Propiedades y ejemplos básicos. Teorema del tiempo de parada opcional. Algunos resultados sobre convergencia de martingalas.

Objetivos y capacidades a desarrollar: Entender las martingalas como procesos adecuados para modelizar el comportamiento de un juego justo. Mostrar la potencia de la teoría de martingalas para obtener resultados de probabilidad.

BLOQUE III: Cadenas de Markov en tiempo discreto, y continuo.

Contenidos teóricos y prácticos: Definiciones y propiedades básicas. Ecuaciones de Chapman-Kolmogorov. Clasificación de estados. Existencia de la distribución estacionaria y teoremas de convergencia. La condición de equilibrio detallado. Aplicaciones. Procesos de Poisson.

Objetivos y capacidades a desarrollar: Entender los procesos markovianos discretos y sus aplicaciones a modelos sencillos. Se pondrá especial énfasis en calcular la distribución estacionaria de los procesos ergódicos y entender su significado.

BLOQUE IV: El movimiento browniano. Aplicaciones



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

Contenidos teóricos y prácticos: Motivación y definición. Propiedades básicas. Martingalas en tiempo continuo. Martingalas asociadas al movimiento browniano. Principio de reflexión. Aplicaciones.

Objetivos y capacidades a desarrollar: Ilustrar el manejo práctico y la utilidad del movimientos browniano, así como sus principales propiedades.

BLOQUE V: Integración estocástica y fórmula de Itô

Contenidos teóricos y prácticos: Definición de la integral de Itô. Propiedades básicas. Fórmula de Itô y aplicaciones.

Objetivos y capacidades a desarrollar: Presentar las nociones básicas del cálculo estocástico.

BLOCK I: Introduction to stochastic processes

Theoretical and Practical Contents: Definition and basic concepts. Types of processes: martingales, Markovian and stationary. Gambler's ruin problem. Two important processes: the Poisson process and the Brownian motion.

Aims and abilities to develop: To familiarise oneself with the basic concepts about the main stochastic processes we will consider throughout the course. We will introduce some important processes and examples that appear in other blocks.

BLOCK II: Conditional expectation and martingales in discrete time

Theoretical and Practical Contents: Conditional expectation. Definition of a martingale. Basic properties. Optional stopping theorem. Some results about convergence of martingales.

Aims and abilities to develop: To understand martingales as suitable processes to model fair games. We will show the power of the theory of martingales to obtain results of probability.

BLOCK III: Markov chains in discrete and continuous time.

Theoretical and Practical Contents: Definitions and basic properties. Chapman-Kolmogorov's equations. States classification. Existence of the stationary distribution and limits theorems. Applications. Poisson processes.

Aims and abilities to develop: To understand discrete Markovian processes and their applications to simple models. Special emphasis will be placed on



Asignatura: Procesos Estocásticos
Código: 30066
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster (nivel M2)
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

the computation of the stationary distribution of ergodic processes and understanding its meaning.

BLOCK IV: Brownian motion. Applications

Theoretical and Practical Contents: Definition and motivation. Basic properties. Martingales in continuous time. Martingales associated to the Brownian motion. Reflection principle. Applications.

Aims and abilities to develop: To illustrate the usefulness of the Brownian motion, as well as its main properties.

BLOCK V: Stochastic integration and Itô's formula

Theoretical and Practical Contents: Definition. Basic properties. Itô's formula and applications.

Aims and abilities to develop: To present the theory of stochastic calculus.

1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

- Durrett, R. (1999). Essentials of Stochastic Processes. Springer.
- Grimmett, G.R. y Stirzaker, D.R (2001). Probability and Random Processes (3 ed.). Oxford University Press.
- Karatzas, I. y Shreve, S.E. (1991). Brownian Motion and Stochastic Calculus. Springer-Verlag.
- Müller, A. y Stoyan, D. (2002). Comparison Methods for Stochastic Models and Risks. Wiley.
- Ross, S.M. (1996). Stochastic Processes (2 ed.). Wiley.
- Steele, J.M. (2001). Stochastic Calculus and Financial Applications. Springer-Verlag.
- Williams, D. (1991). Probability with Martingales. Cambridge University Press.

2. Métodos docentes / Teaching methodology

ACTIVIDADES PRESENCIALES

Clases presenciales en aula. Se combinará la presentación de los aspectos teóricos con ejemplos, la resolución de problemas concretos y la descripción de aplicaciones. Se dispondrá de una página electrónica



Asignatura: Procesos Estocásticos
 Código: 30066
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: Máster (nivel M2)
 Tipo: Optativa
 N° de créditos: 8 ECTS

de la asignatura y se facilitará a los estudiantes el material necesario para la marcha del curso: el programa de la asignatura, las relaciones de ejercicios propuestos, transparencias utilizadas en clase, guías de las prácticas, etc.

ACTIVIDADES DIRIGIDAS

Realización de ejercicios propuestos por el profesor.
 Tutorías presenciales o mediante consultas por correo electrónico.

3. Tiempo de trabajo del estudiante / **Student workload**

Actividad	Horas presenciales	Horas no presenciales	TOTAL
CLASES MAGISTRALES DE TEORÍA	44 (22%)	94 (44%)	138 (69%)
SEMINARIOS Y PROBLEMAS	10 (5%)	40 (22%)	50 (25%)
CLASES PRÁCTICAS	4 (1%)	4 (1%)	8 (4%)
EXÁMENES	4 (2%)		4 (2%)
Carga total de horas de trabajo:	62 (31%)	138 (69%)	200 (100%)

4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / **Evaluation procedures and weight of components in the final grade**

En la evaluación se tendrá en cuenta el resultado del examen, la calificación de los ejercicios propuestos y la asistencia y el grado de participación en las clases.

La calificación final será el máximo de las obtenidas en los problemas propuestos y en el examen final.

La calificación de las prácticas y los problemas entregados no se conservará para el examen extraordinario, ni años para posteriores. Aquellos alumnos que no hayan satisfecho más de un 20% de las actividades evaluables principales serán calificados en la convocatoria ordinaria como "No evaluado".



Asignatura: Procesos Estocásticos
 Código: 30066
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: Máster (nivel M2)
 Tipo: Optativa
 N° de créditos: 8 ECTS

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / [Make up exam.](#)
 Examen ante tribunal de Máster / [Examination by a committee.](#)

5. Cronograma* / [Course calendar](#)

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1-3	Bloque I	12	25
3-4	Bloque II	16	31
5-10	Bloque III	9	20
11-14	Bloque IV	16	33
15-16	Bloque V	13	25

*Este cronograma tiene carácter orientativo