



Asignatura: Differential Geometry  
Código: 30070  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Mathematics and applications Master  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

## ASIGNATURA / COURSE TITLE

Geometría diferencial / Differential Geometry

### 1.1. Código / Course number

30070

### 1.2. Materia / Content area

Geometría diferencial / Differential Geometry

### 1.3. Tipo / Course type

Formación optativa / Elective subject

### 1.4. Nivel / Course level

Máster M2 / Master M2

### 1.5. Curso / Year

2018/2019

### 1.6. Semestre / Semester

1º / 1st (Fall semester)

### 1.7. Idioma / Language

Español e inglés. (El curso se podrá impartir en inglés siempre y cuando, al menos, un alumno internacional matriculado en la asignatura lo solicite). / Spanish and English. (The course can be taught in English if at least one officially registered international student requests so).

### 1.8. Requisitos previos / Prerequisites

Los estudiantes deberían haber cursado el curso Geometría III del grado en Matemáticas de la UAM u otro de contenido similar. El curso Geometría IV del grado en Matemáticas de la UAM es recomendable, pero no es estrictamente necesario.

Students should have taken the UAM bachelor course Geometry III, or one of similar content. The UAM bachelor course Geometry IV is advisable but not strictly needed.



Asignatura: Differential Geometry  
Código: 30070  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Mathematics and applications Master  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

## 1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia es muy recomendable / **It is strongly recommended that students attend class regularly.**

## 1.10. Datos del equipo docente / **Faculty data**

Profesor / **Professor**: María del Mar González Nogueras  
Department of Mathematics  
Facultad de Ciencias  
Oficina / **Office** - Módulo 17, 408  
Teléfono / **Telephone**: +34 91 497 3194  
Email: [mariamar.gonzalez@uam.es](mailto:mariamar.gonzalez@uam.es)  
Página web / **Homepage**: <http://verso.mat.uam.es/~maria.gonzalez/>  
Horas de tutorías / **Office hours**: By appointment.

## 1.11. Objetivos del curso / **Course objectives**

Al final del curso, el estudiante debería:

- comprender los objetos básicos y las técnicas de geometría diferencial.
- sentirse cómodo con conceptos como fibrado tangente, formas diferenciales, variedad Riemanniana, geodésicas...
- entender el significado de estos conceptos en ejemplos concretos como esferas, toros, variedades producto y cocientes, espacios proyectivos reales y complejos, etcétera.

**At the end of the course, the student should:**

- **have mastered the basic objects and techniques of differential geometry.**
- **feel comfortable with concepts such as tangent bundle, differential forms, Riemannian manifolds, geodesics, etc.**
- **manage to understand the meaning of these concepts in concrete examples such as spheres, tori, product and quotient manifolds, complex and real projective spaces, etc.**



Asignatura: Differential Geometry  
Código: 30070  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Mathematics and applications Master  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

## 1.12. Contenidos del programa / Course contents

### CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN Y TEOREMA DE FROBENIUS.

- Resumen de geometría diferencial elemental.
- Campos de vectores y formas diferenciales.
- Flujos, corchete y derivada de Lie.
- Distribuciones diferenciales y el teorema de Frobenius. Foliaciones.

### CAPÍTULO II: GRUPOS DE LIE

- Definición. Ejemplos.
- Campos invariantes. Álgebra de Lie.
- Aplicación exponencial.
- Representación adjunta.

### CAPÍTULO III: GEOMETRÍA RIEMANNIANA.

- Métricas Riemannianas.
- Conexión de Levi-Civita.
- Geodésicas. Aplicación exponencial. Lema de Gauss.
- Curvatura: seccional, de Ricci, escalar.
- Campos de Jacobi.
- Teoremas globales.

### CHAPTER I: INTRODUCTION .

- Summary of basic differential geometry.
- Vector fields and differential forms.
- Flows, bracket and Lie derivative.
- Distributions and Frobenius' theorem. Foliations.

### CHAPTER II: LIE GROUPS

- Definitions. Examples.
- Invariant fields. Lie algebras.
- Adjoint representation.

### CHAPTER III: RIEMANNIAN GEOMETRY.

- Riemannian metrics.
- Levi-Civita connection.
- Geodesics. Exponential map. Gauss lemma.
- Sectional, Ricci, scalar curvature.
- Jacobi fields.
- Global theorems.



Asignatura: Differential Geometry  
Código: 30070  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Mathematics and applications Master  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

### 1.13. Referencias de consulta / **Course bibliography**

- Berger, Marcel. *A panoramic view of Riemannian geometry*. Springer. 2003.
- Boothby, William Munger. *An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry*. Academic Press. 1975.
- Do Carmo, Manfredo Perdigão. *Riemannian geometry*. Birkhäuser. 1992.
- Gallot, S, Hulin D, Lafontaine J. *Riemannian Geometry*. Springer Universitext. 1990.
- Lee, John M. *Introduction to Smooth Manifolds*. Springer GTM. Vol.218. 2003.
- Poor, W.: *Differential geometric structures*. McGraw-Hill, 1981.
- Spivak, Michael. *A comprehensive introduction to differential geometry*. Publish or Perish, inc. 1979.
- Walschap, Gerard. *Metric structures in differential geometry*. Springer. GTM. Vol. 224. 2004.
- Warner, Frank W. *Foundations of differentiable manifolds and Lie groups*. Springer. GTM. Vol. 94. 1983

## 2. **Métodos docentes / Teaching methodology**

Clases en grupo (dos veces por semana)

Conjuntos de problemas, a entregar en una fecha de entrega predeterminada.

Presentación por los estudiantes.

**Group lectures (twice a week)**

**Problem set assignments: Regularly given, with a predetermined deadline for their completion.**

**Expositions by the students.**



Asignatura: Differential Geometry  
Código: 30070  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Mathematics and applications Master  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

### 3. Tiempo de trabajo del estudiante / **Student workload**

		Nº de horas	Porcentaje
Contact hours	Class lectures	42 h (21%)	70 h (35%)
	Problem sessions		
	Programmed office hours	12 h (6%)	
	Seminars and essays	12 h (6%)	
	Exams	4 h (2%)	
Non contact hours	Problems preparation	78h (39%)	130h (65%)
	Weekly study	46h (23%)	
	Exam preparation	6h (3%)	
Total workload: 25 horas x 8 ECTS		200 h	

### 4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / **Evaluation procedures and weight of components in the final grade**

- 1) Ejercicios para entregar: 50%.
- 2) Examen final: 30%.
- 3) Actividades complementarias, ejercicios en-clase, participación: 20%

Las actividades extra pueden incluir seminarios impartidos por los estudiantes, escribir ensayos, ejercicios de mayor dificultad, etcétera.

- 1) Home assignments: 50%.
- 2) Final exam: 30%.
- 3) Extra activities, in-class exercises, participation: 20%

The extra activities can encompass student seminars, essays, higher difficulty exercises, etc.



Asignatura: Differential Geometry  
Código: 30070  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Mathematics and applications Master  
Nivel: Máster M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 8

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / [Make up exam](#):  
Examen ante tribunal de Máster/ [Examination by a committee](#).

5. Cronograma\* / [Course calendar](#)

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1-2	Summary of basic differential geometry	9	9
3	Vector fields and flows	4.5	9
4	Frobenius' theorem	4.5	9
5-6	Lie groups	9	18
7	Adjoint representation	4.5	9
8	Riemannian metrics	4.5	9
9	Levi Civita connection.	4.5	9
10-11	Geodesics. Exponential map.	9	18
12	Curvature on manifolds	4.5	9
13-14	Jacobi fields. Global theorems.	9	9
15-16	Examination period	11.5	17

\*Please note that this schedule is only tentative