



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
Código: 32930  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
Nivel: Master M2  
Tipo: Elective  
Nº de créditos: 6

## ASIGNATURA / COURSE TITLE

Curso Avanzado de Análisis / Advanced Course in Analysis

### 1.1. Código / Course number

32930

### 1.2. Materia / Content area

Análisis complejo, combinatoria y probabilidad / Topics in complex analysis, combinatorics and probability

### 1.3. Tipo / Course type

Formación optativa / Elective subject

### 1.4. Nivel / Course level

Máster M2 / Master M2 (second cycle)

### 1.5. Curso / Year

2018/2019

### 1.6. Semestre / Semester

2º / 2nd (Spring Semester)

### 1.7. Idioma / Language

Español e inglés. (El curso se podrá impartir en inglés siempre y cuando al menos un alumno internacional matriculado en la asignatura lo solicite) / Spanish and English. (The course can be taught in English if at least one officially registered international student requests so).

### 1.8. Requisitos previos / Prerequisites

Es muy deseable haber seguido previamente cursos (básicos) de variable compleja, probabilidad y matemática discreta (combinatoria). / The students



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
 Código: 32930  
 Centro: Facultad de Ciencias  
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
 Nivel: Master M2  
 Tipo: Elective  
 Nº de créditos: 6

are expected to have followed earlier courses in Complex Analysis, Probability and Discrete Mathematics (Combinatorics).

## 1.9. R Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / Minimum attendance requirement

La asistencia regular a clase es muy recomendable y se valorará participación en clase/ Class attendance on a regular basis is strongly recommended and class participation will be taken into account.

## 1.10. Datos del equipo docente / Faculty data

Profesor / Professor: José Luis Fernández Pérez  
 Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias  
 Despacho / Office - Módulo 08 - 302  
 Teléfono / Telephone: +34 91 497 4930  
 E-mail: [joseluis.fernandez@uam.es](mailto:joseluis.fernandez@uam.es)  
 Horas de tutoría / Office hours: Flexible (por cita previa) /Flexible (by appointment)

## 1.11. Objetivos del curso / Course objectives

El curso es una introducción a la Combinatoria Analítica estructurado en los tres apartados siguientes. 1) Método simbólico para codificar con funciones holomorfas ciertas cuestiones de conteo de estructuras combinatorias. 2) Fundamentos de análisis asintóticos con vistas a estimación de coeficientes de series de potencias. 3) Aplicaciones a (a) análisis de algoritmos, (b) análisis probabilista de estructuras combinatorias, (c) Familias de Kintchine y teorema de Hardy-Ramanujan sobre particiones.

El curso está dirigido a los alumnos de Máster que quieran especializarse en cualquier rama de Análisis Real, Complejo o Funcional o en Ecuaciones Diferenciales.

This course is intended as an introduction to Analytic Combinatorics. 1) Describes the so called symbolic method used to codify counting questions by means of holomorphic functions. 2) Next, the foundations of asymptotic analysis are presented with the aim of estimating coefficients of power series of functions. 3) Finally, some applications: (a) analysis of algorithms, (b) probabilistic analysis of combinatorial structures, (c) the families (of random variables) of Kintchine and the central limit theorem of Hayman are introduced: the basic application of this theory is the theorem of Hardy-Ramanujan on the number of partitions.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
 Código: 32930  
 Centro: Facultad de Ciencias  
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
 Nivel: Master M2  
 Tipo: Elective  
 Nº de créditos: 6

The course is aimed at those Master's Degree students who intend to specialize in any branch of Real, Complex, or Functional Analysis, or in Differential Equations.

## Contenidos del programa / Course contents

### Temas principales del curso:

1. Método simbólico
  - a. Funciones generatrices.
  - b. Estructuras etiquetadas. Aplicaciones a problemas de recuento (particiones de enteros).
  - c. Estructuras no etiquetadas. Aplicaciones a problemas de recuento (particiones de conjuntos, árboles y grafos).
2. Fórmula de inversión de Lagrange y aplicaciones
3. Análisis asintótico
  - a. Números y polinomios de Bernoulli.
  - b. Sumación de Euler.
  - c. Método de Laplace.
4. Estimación de coeficientes de series de potencias
  - a. Métodos reales. Coeficientes no negativos.
  - b. Métodos de variable compleja
    - i. Análisis de singularidades.
    - ii. Desarrollos asintóticos y fórmulas de coeficientes.
    - iii. Método del punto de silla.
5. Análisis de algoritmos
6. Análisis probabilista de estructuras combinatorias
  - a. Coleccionista de cromos.
  - b. Paradoja de cumpleaños.
  - c. Modelo de Galton-Watson.
7. Familias de Kintchine
  - a. Teorema central del límite de Hayman.
  - b. Teorema de Hardy-Ramanujan sobre particiones de enteros.

### Main course topics:

1. Symbolic method
  - a. Generating functions.
  - b. Labeled structures. Application to counting problems (partitions of integers).



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
 Código: 32930  
 Centro: Facultad de Ciencias  
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
 Nivel: Master M2  
 Tipo: Elective  
 Nº de créditos: 6

- c. Unlabeled structures. Application to counting problems (partitions of sets, trees and graphs).
- 2. Lagrange inversion formula and applications.
- 3. Asymptotic analysis
  - a. Bernoulli numbers and polynomials
  - b. Euler summation formula.
  - c. Laplace method.
- 4. Estimation of coefficients of power series.
  - a. Real methods. Nonnegative coefficients.
  - b. Complex variable methods.
    - i. Singularity analysis.
    - ii. Asymptotic expansions and formulas for coefficients.
    - iii. Saddle point method.
- 5. Analysis of algorithms
- 6. Probabilistic analysis of combinatorial structures.
  - a. Coupon collector.
  - b. Birthday paradox.
  - c. Galton-Watson processes
- 7. Kintchine families
  - a. Hayman Central Limit Theorem.
  - b. Theorem of Hardy-Ramanujan.

## 1.12. Referencias de consulta / Course bibliography

- Notas elaboradas ([lecture notes by](#)) por JLF y Pablo Fernández.
- Flajolet y Sedgewick: *Analytic combinatorics*.
- Sedgewick y Flajolet: *Analysis of algorithms*.
- De Bruijn: *Asymptotic methods in analysis*.
- Wilff: *Mathematical methods for the physical sciences*.

Se estudiarán también algunos artículos de investigación recientes. [Some recent research papers will also be studied.](#)

## 2. Métodos docentes / Teaching methodology

Se espera que los alumnos participen en clase de forma activa y muestren originalidad en su trabajo. Algunas demostraciones serán presentadas de forma esquemática y los detalles se dejarán para los alumnos interesados. Ciertos temas serán tratados sólo a nivel informativo. Se atenderán dudas individuales en las tutorías.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
 Código: 32930  
 Centro: Facultad de Ciencias  
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
 Nivel: Master M2  
 Tipo: Elective  
 Nº de créditos: 6

Cada tema tendrá asociada una colección de ejercicios. Habrá una fecha predeterminada para entregar las soluciones de cada conjunto de problemas.

Al final del curso, cada alumno deberá exponer oralmente y por escrito un artículo de investigación o un capítulo de un texto avanzado, complementando un tema.

*Students are expected to participate actively in class and to exhibit originality in their work. Some proofs will only be sketched and the details will be left to the interested students. Certain topics will only be treated at an informative level. Individual questions will be attended during office hours.*

*There will be a problem set for each topic. A deadline will be given for handing in the solutions for each problem set.*

*An the end of the course, each student should prepare an oral and written exposition of a research article or a chapter of an advanced text that complements one of the course topics.*

### 3. Tiempo de trabajo del estudiante / Student workload

	Nº de horas	Porcentaje
Contact hours	Class lectures	39 h (26%)
	Office hours	6 h (4%)
	Seminars and term papers	6 h (4%)
	Others	-
Other activities	Problems preparation	33 h (22%)
	Weekly study	51 h (34%)
	Seminar preparation	15 h (10%)
Total workload: 25 horas x 6 ECTS		150



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis  
 Código: 32930  
 Centro: Facultad de Ciencias  
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones  
 Nivel: Master M2  
 Tipo: Elective  
 Nº de créditos: 6

#### 4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grading

- 1) Ejercicios para entregar: 50%.
- 2) Presentación oral y escrita: 40%
- 3) Participación en clase: 10%.

- 1) Homework assignments: 50%.
- 2) Oral and written presentation 40%.
- 3) Class participation: 10%.

EVALUACIÓN EN CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA / EXTRAORDINARY EXAMINATION  
 PERIOD: Examen final escrito (100%) / Final (written) examination (100%).

#### Cronograma\* / Course calendar

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1	Tema / Topic 1	3-4	7
2	1	3-4	7
3	2	3-4	7
4	3	3-4	7
5	3+ Problem sheet	3-4	7
6	3	3-4	7
7	4	3-4	7
8	4	3-4	7
9	4+ Problem sheet	3-4	7
10	5	3-4	7
11	6	3-4	7
12	7 + Problem sheet	3-4	7
13	7	3-4	7



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis

Código: 32930

Centro: Facultad de Ciencias

Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones

Nivel: Master M2

Tipo: Elective

Nº de créditos: 6

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
14	7	3-4	7
15	Presentations	5-6	7

\*This course calendar is provisional and should only serve as an orientation.