



Asignatura: Curvas Algebraicas
 Código: 30069
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: Máster M2
 Tipo: Optativa
 N° de créditos: 8 ECTS

ASIGNATURA / COURSE TITLE

Curvas Algebraicas / [Algebraic curves](#)

1.1. Código / [Course number](#)

30069

1.2. Materia / [Content area](#)

Álgebra / [Algebra](#)

1.3. Tipo / [Course type](#)

Formación optativa/ [Elective subject](#)

1.4. Nivel / [Course level](#)

Máster/ [Master \(second cycle\)](#)

1.5. Curso / [Year](#)

2018/2019

1.6. Semestre / [Semester](#)

1º/ 1st ([Fall semester](#))

1.7. Idioma / [Language](#)

Español e inglés. (El curso se podrá impartir en inglés siempre y cuando, al menos, un alumno internacional matriculado en la asignatura lo solicite). / [Spanish and English. \(The course can be taught in English if at least one officially registered international student requests so\).](#)

1.8. Requisitos previos / [Prerequisites](#)

Es deseable que el alumno esté familiarizado con las herramientas básicas del Álgebra Conmutativa y de la teoría de cuerpos (por ejemplo, haber cursado Teoría de Galois)./ [Some previous knowledge of the basic tools in Commutative algebra and theory of fields is desirable.](#)

1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / [Minimum attendance requirement](#)

La asistencia es recomendable. / [Attendance is advisable.](#)



Asignatura: Curvas Algebraicas
 Código: 30069
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: Máster M2
 Tipo: Optativa
 N° de créditos: 8 ECTS

1.10. Datos del equipo docente / [Faculty data](#)

Docente(s) / [Lecturer\(s\) Daniel Macías Castillo](#)
 Departamento de Matemáticas/ [Department of Mathematics](#)
 Facultad Ciencias / [Faculty Sciences](#)
 Despacho - Módulo / [Office – Module 17-212](#)
 Teléfono / [Phone](#): +34 91 497 3911
 Correo electrónico/[Email](#): daniel.macias@uam.es
 Página web/[Website](#): moodle.mat.uam.es/moodle
 Horario de atención al alumnado: Previa cita/[Office hours](#): By appointment.

1.11. Objetivos del curso / [Course objectives](#)

El curso es una introducción a la Geometría Algebraica. Se presta especial atención a la teoría de curvas algebraicas. En particular, se estudiarán las curvas elípticas, requisito necesario para el curso de Criptografía que se imparte en el segundo semestre.

[The course is an introduction to the basics of Algebraic Geometry. Special attention will be paid to the theory of algebraic curves. In particular elliptic curves will be studied as a prerequisite to the course on Cryptography to be taught on the second semester.](#)

1.12. Contenidos del programa / [Course contents](#)

Programa

1. Variedades afines.

Complementos algebraicos. Anillos noetherianos. El Teorema de la Base de Hilbert. El Teorema de los Ceros de Hilbert. Puntos e ideales maximales. Dimensión. Anillos de funciones.

2. Variedades proyectivas.

Funciones en variedades proyectivas. Curvas proyectivas y valoraciones. Morfismos y aplicaciones racionales.

3. Curvas lisas y singulares.

Singularidades. Blow-up. Valoraciones y dominios de Dedekind.

4. El Teorema de Riemann-Roch.

Divisores. El Teorema de Riemann. El género de una curva. El Teorema de Riemann-Roch.

5. Algunos resultados sobre curvas.

El Teorema de Hurwitz. Inmersiones en el espacio proyectivo. La inmersión canónica. Curvas



Asignatura: Curvas Algebraicas
 Código: 30069
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: Máster M2
 Tipo: Optativa
 N° de créditos: 8 ECTS

hiperelípticas. Grado de una curva. Clasificación de curvas.

6. Curvas elípticas.

El grupo de puntos de una curva elíptica. Clasificación de curvas elípticas. El invariante j .

7. Funciones Zeta de curvas sobre cuerpos finitos.

Funciones Zeta de variedades. Las Conjeturas de Weil. La Hipótesis de Riemann.

8. Curvas elípticas sobre los racionales.*

Cuerpos p -ádicos. Puntos de torsión. Teorema de Mordell-Weil.

*: si el tiempo lo permite.

Contents

1. Affine varieties.
2. Projective varieties.
3. Smooth and singular curves.
4. The Riemann-Roch theorem.
5. Properties of algebraic curves.
6. Elliptic curves.
7. Zeta functions of curves over finite fields.
8. Elliptic curves over the rational numbers.*

1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

Textos básicos/ **Basic texts:**

- W. Fulton, Algebraic Curves, Benjamin (1969) (available from : <http://www.math.lsa.umich.edu/~wfulton/>)
- S. Galbraith, Mathematics of Public Key Cryptography, Cambridge University Press 2012 (available from: <https://www.math.auckland.ac.nz/~sgal018/crypto-book/crypto-book.html>)
- R. Hartshorne, Algebraic Geometry, Springer (1977).
- J. Silverman, The Arithmetic of Elliptic Curves, Springer (1986).
- H. Stichtenoth, Algebraic Function Fields and Codes, Springer (1993).

Textos complementarios/ **Complementary texts:**

- M. Atiyah, I. Macdonald, Introduction to Commutative Algebra, Addison-Wesley (1969).
- J. W. S. Cassels, Local Fields, LMS Student texts 3, Cambridge University Press (1986).
- J. W. S. Cassels, Lectures on Elliptic Curves, LMS Student texts 24, Cambridge University Press (1991).



Asignatura: Curvas Algebraicas
 Código: 30069
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: Máster M2
 Tipo: Optativa
 N° de créditos: 8 ECTS

- S. Lang, Algebraic Number Theory, Addison-Wesley (1970).
- S. Lang, Introduction to Algebraic and Abelian Functions, 2nd ed., Springer-Verlag (1982).
- D. Lorenzini, An Invitation to Arithmetic Geometry, A.M.S. (1996).
- H. Matsumura, Commutative Algebra, 2nd ed., Benjamin/Cummings (1980).
- M. Reid, Undergraduate algebraic geometry. Cambridge Univ. Press (1988).
- M. Reid, Undergraduate commutative algebra, LMS, (1995).
- A. Robert, Elliptic Curves, Lecture Notes in Math. 326, Springer-Verlag (1973).
- J.-P. Serre, Local Fields, Springer-Verlag (1979).
- S. Shafarevich, Basic Algebraic Geometry 1, 2, second edition, Springer-Verlag 1994.
- R. J. Walker, Algebraic Curves, Dover (1962).

Otros textos / [Other](#):

- F. Kirwan, Complex algebraic curves, LMS, (1992).
- P. A. Griffiths, Introduction to algebraic curves. A. M. S. (1989).
- C.J. Moreno, Algebraic Curves over Finite Fields, Cambridge Univ. Press (1991).
- D. Perrin, Algebraic Geometry, Springer, (2008).
- J. Harris, Algebraic Geometry: A First course, Graduate Texts in Mathematics 133, Springer-Verlag 1992.
- E. Kunz, Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry, Birkhäuser, 1985
- K. E. Smith y otros, An Invitation to Algebraic Geometry, Springer (2000).
- R. Miranda, Algebraic curves and Riemann surfaces, AMS, (1991).
- Q. Liu, Algebraic Geometry and Arithmetic Curves (Oxford Graduate Texts in Mathematics) Oxford University Press, New edition (2006).
- C. Peskine, An Algebraic Introduction to Complex Projective Geometry (I. Commutative Algebra) Cambridge studies in advanced mathematics 47 (1996).

2. Métodos docentes / [Teaching methodology](#)

- Clase presencial.
- Resolución de ejercicios complementarios.
- Redacción de un trabajo final.

Dinámica docente

Clases presenciales: exposición oral por parte del profesor de los contenidos teóricos fundamentales de cada tema.

Ejercicios: se publicarán listas de problemas en la página web; los alumnos deberán trabajar sobre ellos y presentar sus soluciones en clase periódicamente.

Trabajo final: cada alumno redactará un trabajo, cuyo tema será acordado previamente con el profesor, y que tendrá que entregar antes de la fecha que sea fijada.



Asignatura: Curvas Algebraicas
 Código: 30069
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: Máster M2
 Tipo: Optativa
 N° de créditos: 8 ECTS

- Lectures.
- Resolution of complementary exercises.
- Final project.

Teaching methodology

Lectures: the lecturer will discuss the general theoretical contents of the course.

Exercises: exercise sheets will be posted on the course web page; the students will work on them, and present their solutions periodically in class.

Project: each student will write-up a project, on a topic to be agreed upon previously with the lecturer, and hand it in by a fixed date.

3. Tiempo de trabajo del estudiante / Student workload

		Nº de horas	Porcentaje
Presenciales	Clases teóricas	50	32%
	Clases prácticas	0	
	Tutorías	10	
	Examen final	4	
No presenciales	Elaboración de problemas	48	68%
	Realización de trabajos	60	
	Preparación del examen	28	
Carga total de horas de trabajo: 25 horas x 8 ECTS		200 h	

		Hours	Percentage
Contact hours	Lectures	50	32%
	Problem sessions	0	
	Guided work	10	
	Final exam	4	
Independent study	Exercise preparation	48	68%



Asignatura: Curvas Algebraicas
 Código: 30069
 Centro: Facultad de Ciencias
 Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
 Nivel: Máster M2
 Tipo: Optativa
 N° de créditos: 8 ECTS

	Project	60	
	Exam preparation	28	
Work load: 25 hours x 8 ECTS		200 h	

4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade

La nota final de la asignatura será el resultado de una media ponderada entre:

NT=Nota del trabajo redactado.

NE=Nota del examen final.

NC=Nota obtenida en función de la exposición periódica en clase de soluciones de ejercicios y del nivel de participación general en las clases.

Nota final de la asignatura = $0.5*NT + 0.3*NE + 0.2*NC$.

The final grade will computed as follows:

NT= Grade obtained for the written-up project.

NE=Grade obtained in the final exam.

NC=Grade obtained in terms of the periodic exposition in class of solutions of exercises as well as the general level of involvement in class.

Final grade = $0.5*NT + 0.3*NE + 0.2*NC$.

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA / Make up exam.

Examen ante tribunal de Máster/ Examination by a committee.

5. Cronograma* / Course calendar

Semana	Contenido	Horas presenciales	Horas no presenciales
Week	Contents	Contact hours	Independent study time
1-2	Tema 1	8	17
3-4	Tema 2	8	17
5-6	Tema 3	8	17
7-8	Tema 4	8	17
9-10	Tema 5	8	17



Asignatura: Curvas Algebraicas
Código: 30069
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Máster M2
Tipo: Optativa
Nº de créditos: 8 ECTS

Semana	Contenido	Horas presenciales	Horas no presenciales
Week	Contents	Contact hours	Independent study time
11-12	Tema 6	8	17
13-14	Tema 7	8	17
15-16	Tema 8	8	17

*Este cronograma tiene carácter orientativo.