



Asignatura: Teoría de la Integral y de la Medida  
Código: 16457  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Grado en Matemáticas  
Curso Académico: 2016-2017  
Tipo: Optativa A  
Nº. de Créditos: 6 ECTS

## 1. ASIGNATURA / COURSE TITLE

TEORÍA DE LA INTEGRAL Y DE LA MEDIDA /

### 1.1. Código / Course number

16457

### 1.2. Materia/ Content area

Análisis Matemático

### 1.3. Tipo / Course type

Optativa A

### 1.4. Nivel / Course level

Grado

### 1.5. Curso / Year

3º/4º

### 1.6. Semestre / Semester

1º

### 1.7. Idioma / Language

Español. Se emplea también Inglés en material docente / In addition to Spanish, English is also extensively used in teaching material

### 1.8. Requisitos previos / Prerequisites

### 1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales/ Minimun attendance requirement



Asignatura: Teoría de la Integral y de la Medida  
Código: 16457  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Grado en Matemáticas  
Curso Académico: 2016-2017  
Tipo: Optativa A  
Nº. de Créditos: 6 ECTS

## 1.10. Datos del equipo docente / Faculty data

Coordinador: Fernando Soria  
Departamento: Matemáticas  
Facultad: Ciencias  
Módulo 17 / Despacho 403  
Teléfono: 91 497 4796  
e-mail: [fernando.soria@uam.es](mailto:fernando.soria@uam.es)  
<http://www.uam.es/fernando.soria>  
Horario de Tutorías Generales: previa cita

El resto del profesorado implicado en la asignatura puede consultarse en la página web del título:

<http://www.uam.es/ss/Satellite/Ciencias/es/1242671471248/listadoCombo/Profesorado.htm>

## 1.11. Objetivos del curso / Course objectives

- Profundizar en la idea de "medir" conjuntos.
- Relacionar la noción de medida con la de integración.
- Desarrollar la teoría de Lebesgue sobre medida e integración.
- Comparar las integrales de Riemann y Lebesgue.
- Familiarizarse con las técnicas habituales de la teoría, en especial el teorema de la convergencia dominada, el teorema de Fubini y el de Radon-Nikodym.
- Espacios de funciones basados en el concepto de la integral de Lebesgue.

### Resultados del aprendizaje

Los resultados de aprendizaje correspondientes a las asignaturas optativas del Grupo A son:

R11.1-- Habrá adquirido conocimientos suficientes para orientar su itinerario formativo en el cuarto año del Grado.

## 1.12. Contenidos del programa / Course contents

1. Conceptos básicos de la Teoría de la Medida. Conjuntos y sus operaciones. Sistemas de conjuntos. Medidas finitas sobre sistemas de conjuntos. Medida exterior. Extensiones de medida. La medida de Borel. Medidas de Lebesgue-Stieltjes. Medidas finitas. La medida de Lebesgue sobre  $\mathbb{R}^n$ . Continuidad y completitud de las medidas. Conjuntos no medibles. Producto directo de medidas. Estructura de los conjuntos medibles.



Asignatura: Teoría de la Integral y de la Medida  
Código: 16457  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Grado en Matemáticas  
Curso Académico: 2016-2017  
Tipo: Optativa A  
Nº. de Créditos: 6 ECTS

2. Funciones medibles. Convergencia en medida y sus propiedades. Convergencia en casi todo punto y en medida. El conjunto de Cantor y la curva de Cantor.

3. La integral de Lebesgue. Integración de funciones simples. La integral de Lebesgue para funciones medibles. Paso al límite bajo el signo de la integral de Lebesgue. Otras propiedades de la integral de Lebesgue. Comparación de la integral de Lebesgue con la integral de Riemann.

4. Algunas aplicaciones de la integral de Lebesgue. Teorema de Radon-Nikodym. Teorema de Fubini. Desigualdades de Holder y de Minkowski. Los espacios  $L^p$ . La completitud y otras propiedades de los espacios  $L^p$ .

### 1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

1. G. de Barra. Measure Theory and Integration. John Wiley, 1981.
2. Joan Cerdá. Análisis Real. Editions Universitat de Barcelona, 1996.
3. G. Folland. Real Analysis; 2nd edition. John Wiley, 1999.
4. John Franks. A (Terse) Introduction to Lebesgue Integration. AMS, 2009.
5. P. Halmos. Measure Theory. Van Nostrand, Princeton, N. J., 1950.
6. Sergei Ovchinnikov. Measure, Integral, Derivative; A Course on Lebesgue's Theory. Springer, 2013.
7. W. Rudin. Análisis real y complejo. McGraw Hill, 1974.
8. Elias M. Stein, Rami Shakarchi. Real Analysis, III; Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces. Princeton U. Press, 2005.
9. Terence Tao. An Introduction to Measure Theory. AMS, 2011.
10. Michael E. Taylor. Measure Theory and Integration. AMS, 2006.
11. P. L. Ulyanov, M. I. Dyachenko. Análisis Real; Medida e Integración. Addison-Wesley/ UAM, 2000.

## 2. Métodos Docentes / Teaching methodology

Esta asignatura se organizará mediante clases presenciales (en las que se combinan desarrollos teóricos y prácticos) a las que hay que añadir las horas de trabajo personal del estudiante para el estudio y la resolución de ejercicios planteados por el profesor.

La organización de las clases presenciales es la siguiente:

Aproximadamente el 60% del tiempo se dedicará a la presentación de los conceptos y técnicas incluidos en el programa.

Aproximadamente el 30% del tiempo se dedicará a la resolución de ejercicios y tutorías en grupo.

Aproximadamente el 10% del tiempo se dedicará a la realización de controles intermedios y a exámenes.

A estas actividades hay que añadir las tutorías individuales a petición del alumno.



Asignatura: Teoría de la Integral y de la Medida  
Código: 16457  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Grado en Matemáticas  
Curso Académico: 2016-2017  
Tipo: Optativa A  
Nº. de Créditos: 6 ECTS

Toda la información y el material relacionados con el curso estarán disponibles en Moodle.

### 3. Tiempo de trabajo del estudiante / **Student workload**

Actividad	Tiempo estimado en horas (ECTS)
Clases teóricas	30 (1,20)
Clases prácticas de aula	15 (0,6)
Trabajo del estudiante	
Resolución de ejercicios	50 (2)
Estudio	50 (2)
Evaluación (exámenes)*	5 (0,2)
<b>TOTAL</b>	<b>150 h (6 ECTS)</b>

\* El resto de actividades evaluadas forman parte de las prácticas y/o se basan en los casos prácticos y ejercicios resueltos entregados

### 4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / **Evaluation procedures and weight of components in the final grade**

Coordinación de las actividades formativas y sistemas de evaluación dentro de un mismo módulo o materia.

Todos los grupos de estudiantes de la asignatura siguen el mismo programa, realizan actividades formativas similares, y el sistema de evaluación es común para todos ellos.

#### Sistema de evaluación

A lo largo del semestre se realizarán uno o dos controles de aprendizaje en el horario de clase. El profesor anunciará las fechas con suficiente antelación.

Se realizará un examen final ordinario y otro extraordinario, cuyas fechas y aulas pueden consultarse en la web de la Facultad de Ciencias:

<http://www.uam.es/ss/Satellite/Ciencias/es/1242655568413/contenidoFinal/Matematicas.htm>

Evaluación continua: la calificación final de la asignatura en la convocatoria ordinaria se determinará a partir de un promedio entre las calificaciones obtenidas en los controles intermedios y la calificación del examen final. El peso correspondiente a la nota del examen final será un máximo del 70%, y el valor concreto se especificará al inicio del curso. Adicionalmente el profesor



Asignatura: Teoría de la Integral y de la Medida  
Código: 16457  
Centro: Facultad de Ciencias  
Titulación: Grado en Matemáticas  
Curso Académico: 2016-2017  
Tipo: Optativa A  
Nº. de Créditos: 6 ECTS

podrá tener en cuenta otras actividades (entrega de ejercicios, trabajos, prácticas, etc.)

En el proceso de evaluación continua, se establecerá algún sistema que permita que aquellos alumnos que obtengan bajas calificaciones en alguna de las pruebas intermedias puedan mejorarlas a lo largo del curso. Una posible opción consiste en considerar que el examen final sirve para volver a evaluar los contenidos previos, tomando como calificación final el máximo entre el promedio obtenido por la evaluación continua y la calificación obtenida en el examen final. En todos los casos, el coordinador de la asignatura precisará la fórmula concreta de evaluación y los profesores informarán de ello en cada grupo al inicio del curso.

## 5. Cronograma\* / Course calendar

\*Este cronograma tiene carácter orientativo.

Semana	Contenido	Horas presenciales	Horas no presenciales del estudiante
1	Conjuntos y sus operaciones. Sistemas de conjuntos. Integral de Riemann.	3	6
2	Medida de Lebesgue en la recta. Conjuntos no medibles.	3	6
3	La integral de Lebesgue en $\mathbb{R}$ . Comparación con la integral de Riemann.	3	6
4 y 5	Álgebras y sigma-álgebras. Medida. Medida exterior. Construcción de Carathéodory. Extensiones de medida. Continuidad y completitud de las medidas.	6	12
6	Medidas de Borel. Medidas de Lebesgue-Stieltjes.	3	6
7	Funciones medibles. Propiedades y caracterizaciones.	3	6
8	Integración de funciones medibles. Teoremas de convergencia.	3	6
9	Continuidad y diferenciabilidad bajo el signo integral. Tipos de convergencia. Teorema de Egoroff.	3	6
10	Producto directo de medidas. Teorema de Fubini.	3	6
11	La integral de Lebesgue en $\mathbb{R}^n$ .	3	6



Asignatura: Teoría de la Integral y de la Medida

Código: 16457

Centro: Facultad de Ciencias

Titulación: Grado en Matemáticas

Curso Académico: 2016-2017

Tipo: Optativa A

Nº. de Créditos: 6 ECTS

Semana	Contenido	Horas presenciales	Horas no presenciales del estudiante
12	Teorema de Radon-Nikodym. Derivación de integrales. Teorema Fundamental del Cálculo.	3	6
13	Medidas con signo. Medidas complejas.		
14	Los espacios $L^p$ . Desigualdades de Hölder y de Minkovski. Complejitud.	3	6
15	Repaso	3	6