

1. Encuentra la matriz de las siguientes formas cuadráticas:

(a)  $Q(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - 3x_1x_2 + 4x_2^2 + 6x_1x_3$ , en  $\mathbb{R}^3$ .

(b)  $Q(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^3 (x_i - s)^2$  con  $s = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$ , en  $\mathbb{R}^3$ .

(c)  $\sum_{i < j} i \cdot j^n (i - j) 2x_i x_j$ .

2. Encuentra la forma canónica y los índices de inercia de la siguiente forma cuadrática:  $Q(x, y, z) = x^2 + 5y^2 - 2xy + 2xz$ . Da las ecuaciones de la transformación de  $\mathbb{R}^3$  que lleva la forma cuadrática dada a su forma canónica.

3. Halla la forma canónica de las siguientes formas cuadráticas:

$$Q_1(x, y) = x^2 - 2xy + 4y^2; \quad Q_2(x, y, z) = xy + 2xz;$$

$$Q_3(x, y, z, t) = xy + yz + zt.$$

En cada caso da una base ortonormal en la que se obtenga la forma canónica.

4. Reduce la cónica  $3x^2 + 3y^2 - 2xy + 18x + 10y + 19 = 0$  a su forma canónica. Halla los ejes, el centro y los focos de la cónica correspondiente y dibújala.

5. Indica el tipo y expresa en forma canónica la cónica  $x^2 + y^2 + 2xy - 7x - 5y + 7 = 0$ .

6. Demuestra que las ecuaciones siguientes representan hipérbolas y encuentra sus asíntotas:

$$x^2 + 4xy + y^2 = 7; \quad 11x^2 - 24xy + 4y^2 + 6x + 8y = -15.$$

7. Demuestra que las ecuaciones siguientes representan parábolas y encuentra su eje y su vértice:

$$16x^2 - 24xy + 9y^2 - 30x - 40y = 0; \quad 16x^2 - 24xy + 9y^2 - 30x - 40y = 5.$$

8. Clasifica las siguientes cónicas y da las ecuaciones del movimiento de  $\mathbb{R}^3$  que las lleva a su forma canónica:

$$x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 6y + 1 = 0; \quad 2x - 2x^2 + y^2 + 4xy - 1 = 0;$$

$$x^2 - 2y^2 - xy + 2x + 5y - 3 = 0.$$

9. Para los distintos valores de los parámetros  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , clasifica las cónicas de ecuación:

$$\alpha x^2 + 2\beta xy + \alpha y^2 + (\alpha + \beta)(x + y) + 1 = 0.$$

10. Escribe la ecuación de la hipérbola con un foco en  $(2, -1)$  y asíntotas de ecuación  $x = 0$ ,  $3x - 4y = 0$ .

11. Escribe las ecuaciones de las parábolas de foco  $(2, -1)$  que pasan por  $(2, 2)$  y tiene el eje en la dirección del eje  $Ox$ .

12. Escribe la ecuación de la elipse con vértices  $(-1, 2)$  y  $(-7, 2)$  y eje menor  $2b = 2$ .

13. Escribe la ecuación de la hipérbola con asíntotas  $y = 2x - 1$ ,  $y = -2x - 1$  y un foco en  $(3, 1)$ .

14. Escribe la ecuación de la elipse con un vértice en  $(-1, 1)$ , centro en  $(3, -1)$  y excentricidad  $1/2$ .

15. Encuentra las ecuaciones de las siguientes cónicas:

(a) La parábola de foco  $(1, a)$  y vértice  $(a, a)$ , donde  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 1$ . Demuestra que sólo hay un valor de  $a$  para el cual la parábola correspondiente pasa por el origen.

(b) La elipse de focos  $(0, \mu)$  y  $(-\mu, 2)$  y semieje mayor  $\sqrt{2}$ , donde  $\mu \in \mathbb{R}$ . Demuestra que existen dos elipses de la familia que pasan por el origen