

# OPERACIONES CON LOGARITMOS

## DEFINICIÓN:

*El logaritmo en base a de un número N, es otro número n, tal que cumple esta ecuación:*

$$a^n = N.$$

Es decir:

$$\log_a N = n \rightarrow a^n = N$$

Utilizamos la notación del logaritmo natural o neperiano (ln) pero los cálculos son válidos para cualquier base (siempre que no se cambie de base).

### Adición/resta

$\ln(m + n) = \ln(e^x + e^y)$  ; es decir  $\ln(m + n)$  NO ES  $\ln(m) + \ln(n)$ , sino que hay que dejarlo tal cual.

### multiplicación/división

$$\ln(m \cdot n) = \ln(m) + \ln(n)$$

$$\ln(m/n) = \ln(m) - \ln(n)$$

### potencias/raíces

$$\ln(m^n) = n \cdot \ln(m)$$

$$\ln(m^{1/n}) = (1/n) \cdot \ln(m)$$

## EJEMPLO:

sea:

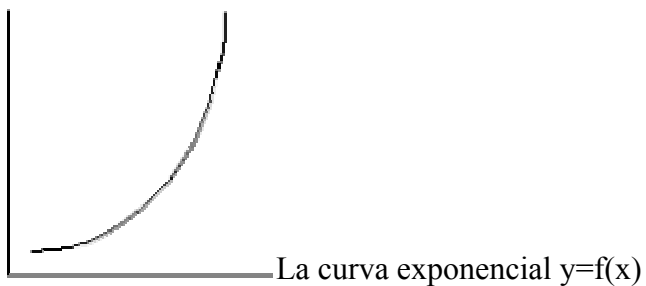
$$N = \frac{A^3 \sqrt[5]{B^2}}{\sqrt{\left(\frac{C}{D}\right)^{\frac{3}{7}}}}$$

Se opera: primero con las potencias/raíces y después con las multiplicaciones/divisiones

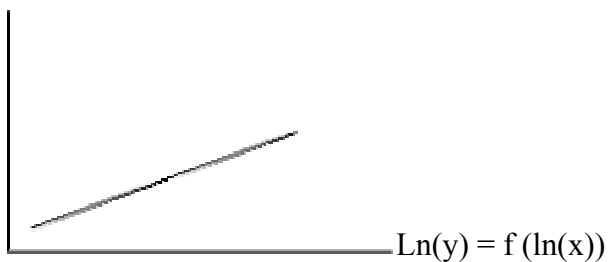
a) logaritmo del numerador	$3 \ln(A) + 2/5 \ln(B)$
b) logaritmo del denominador	$(3/7) * (1/2) (\ln(C) - \ln(D)) = 3/14 \ln(C) - 3/14 \ln(D)$
c) logaritmo de N	$3 \ln(A) + 2/5 \ln(B) - (3/14 \ln(C) - 3/14 \ln(D))$

## FUNCIONALIDAD DEL LOGARITMO EN ECONOMÍA

### A) LINEALIZAR ALGUNAS CURVAS.



se convierte en



Lo cual puede ser particularmente útil para hacer algún cálculo de regresión lineal, aunque una vez practicado haya que volver a transformar las predicciones en los datos originales.

### B) REDUCIR ESCALAS.

$$\ln(30000000000)=17,22$$

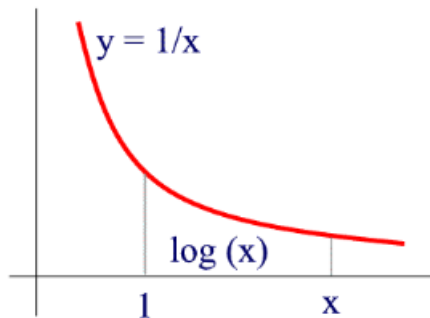
Puede ayudar en ocasiones, aunque siempre debe estar justificado.

### C) SIMPLIFICAR CÁLCULOS.

Simplifica algunos cálculos exponenciales complejos (como se verá en la siguiente sección)

#### D) ÁREA BAJO UNA HIPÉRBOLA

Es otra utilidad extraña que le descubrió el jesuita GREGOIRE DE SAINT-VINCENT, que en su "*Opus geometricorum....*" pretendía haber resuelto los problemas de la cuadratura del círculo y de la hipérbola. Esta obra fue publicada en 1647, y aunque fue un fracaso en cuanto a la cuadratura del círculo, puso en evidencia que las áreas bajo la hipérbola se parecen a los logaritmos.



#### E) CONVERTIR PARÁMETROS EN PORCENTAJES.

Es un poco más complejo, está relacionado con la primera utilidad en el sentido que, algunos índices de crecimiento, al ser acumulados son exponenciales, por lo que, para hacer comparaciones hay que utilizar el logaritmo. Por ello, en econometría, la estimación del parámetro  $\beta$  de una regresión que modelice el crecimiento, nos indica el % de incremento marginal.

#### F) CONFUNDIR A LOS INCAUTOS (¿?).

Algunos economistas utilizan las matemáticas como los borrachos a las farolas para apoyarse en lugar de para iluminarse.