



# Parte I: Elección en Condiciones de Certidumbre

Tema 1: Preferencias, Racionalidad y Utilidad.



# Introducción

- Iniciamos el estudio de la Teoría de la Decisión (o de la Elección).
- En los primeros temas, analizaremos situaciones en las que no hay incertidumbre ni interacción estratégica.
- Asimismo, veremos una aplicación de la teoría: Comportamiento del consumidor.
- Como iremos viendo, todo modelo de elección racional tiene dos ingredientes fundamentales: (a) el espacio de elección (o de alternativas) al que se enfrenta el decisor y (b) las preferencias del decisor sobre las alternativas disponibles.
- En este tema introducimos y discutimos ambos conceptos, así como una hipótesis crucial sobre las preferencias (racionalidad).



# El espacio de elección

- El espacio (o conjunto) de elección reúne todas las alternativas u opciones que el agente puede elegir en un momento dado.
- **Ejemplo.** Imaginemos un individuo que debe elegir entre las siguientes 4 carreras profesionales:
  1. Estudiar económicas.
  2. Estudiar psicología.
  3. Estudiar matemáticas.
  4. Presentarse a 'Gran Hermano' y convertirse en estrella mediática.
- En este problema de decisión, el espacio de elección del individuo lo forman estas 4 opciones.



# Preferencias

- Dado un espacio de elección  $X$ , supondremos que todo individuo es capaz de ordenar, por orden de preferencia, los elementos de  $X$  (o de cualquier subconjunto de  $X$ ).
- **Notación** (preferencia débil): Para todo par de elementos  $x, y$  de  $X$ ,

$$x \succeq_i y$$

se lee ' $x$  es *al menos tan bueno* como  $y$ ' o ' $x$  es preferido débilmente a  $y$ ' (para el individuo  $i$ ).



# Preferencia estricta e indiferencia

A partir de aquí podemos definir otras dos relaciones importantes.

1. Preferencia fuerte, denotada y definida como

$$x \succ_i y \Leftrightarrow \text{no es cierto que } y \succeq_i x.$$

Y que se lee 'X es *preferido* a Y', o 'X es mejor que Y'.

2. Indiferencia, denotada y definida como

$$x \approx_i y \Leftrightarrow \text{se cumple tanto } x \succeq_i y \text{ como } y \succeq_i x.$$

Y que se lee 'x es tan bueno como y', o 'x es indiferente a y'.



# Preferencias racionales (I)

Generalmente asumiremos que todo individuo es racional. Esto significa que su ordenación de alternativas (o preferencias) satisface dos propiedades en todo momento del tiempo:

1. **Completa:** Para todo par de elementos  $x, y$  de  $X$ , se tiene o bien  $x \succeq_i y$ , o bien  $y \succeq_i x$ , o bien ambos a la vez.

2. **Transitiva:** Para todo trío de elementos  $x, y, z$  de  $X$ ,

$$\text{si } x \succeq_i y, y \succeq_i z \implies x \succeq_i z.$$



## Preferencias racionales (II)

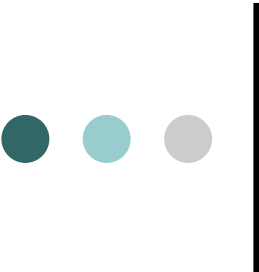
- Aclaraciones:

1. Algunos textos incluyen una tercera propiedad (reflexividad):

$$x \succeq_i x, \text{ para todo } x \in X.$$

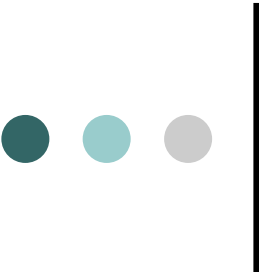
No obstante, esta propiedad es redundante porque siempre se cumple si  $\succeq_i$  es completa.

2. Intuitivamente, tener preferencias racionales significa tener objetivos o deseos bien definidos y no contradictorios.
3. Importante: La racionalidad *no* implica ni egoísmo ni preferencias estables en el tiempo. Una persona racional puede ser altruista y/o tener gustos cambiantes con el tiempo. Tampoco implica preferir más cantidad a menos.



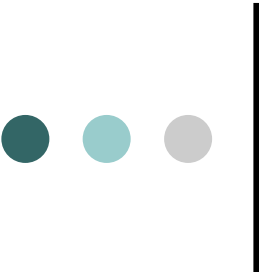
## ¿Por qué asumir preferencias racionales? (I)

- El postulado básico del enfoque de la elección racional es que la gente *actúa* racionalmente, es decir, elige lo más preferido.
- En este sentido, puede demostrarse que si el conjunto  $X$  es *finito* y las preferencias son racionales, entonces siempre existe (al menos) un máximo – es decir, una alternativa que es al menos tan buena como *todas las demás*.
- Por el contrario, si las preferencias son irracionales puede no existir un máximo, con lo que la acción racional no está determinada.
- (Nota: Si el conjunto es *infinito*, puede no existir máximo con preferencias racionales. Veremos algún ejemplo en el siguiente tema).



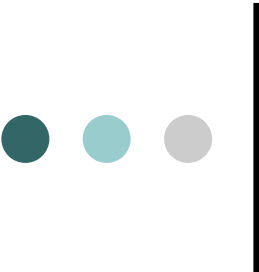
## ¿Por qué asumir preferencias racionales? (II)

- Para ilustrar el tipo de problemas que pueden surgir cuando las preferencias son irracionales, supongamos que  $X = \{\text{manzana, pera, sandía}\}$  y que un agente tiene las siguientes preferencias completas pero intransitivas:
  1. Prefiere la manzana a la pera.
  2. Prefiere la pera a la sandía.
  3. Prefiere la sandía a la manzana.
- Esta ordenación es un ciclo (la manzana es preferida a la pera, que a su vez es preferida a la sandía, que a su vez es preferida a la manzana) y por tanto no tiene máximo: No sabemos lo que elegiría este agente. Esto no ocurriría si las preferencias fueran racionales.



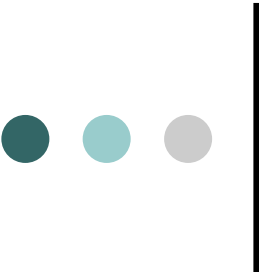
# ¿Es realista el supuesto de racionalidad? (I)

- La respuesta rápida es no, aunque debe hacerse alguna apreciación al respecto.
- Empecemos con la hipótesis de preferencias completas.
- Este supuesto es bastante realista: Dado un par de opciones, es razonable afirmar que siempre podremos decir si preferimos una a otra o si estamos indiferentes.
- Esto es especialmente cierto si interpretamos la indiferencia entre dos opciones tanto como (1) indiferencia propiamente dicha, o *como* (2) ignorancia o incapacidad para compararlas.



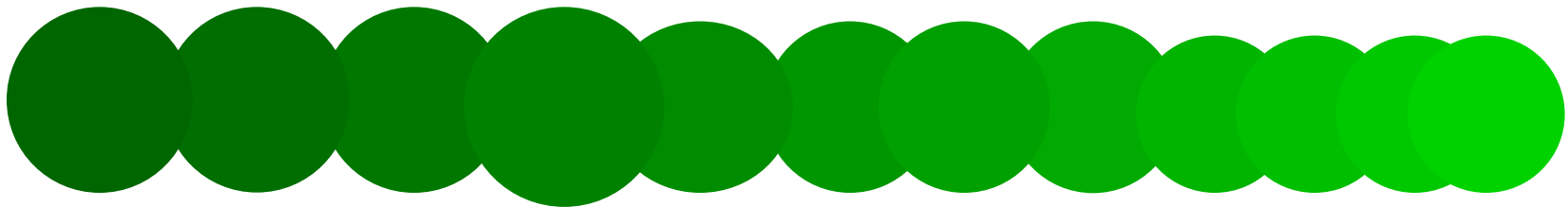
## ¿Es realista el supuesto de racionalidad? (II)

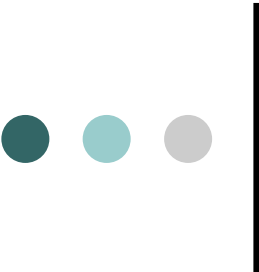
- Consideremos ahora la hipótesis de transitividad. Aquí los problemas son más sustanciales, como dos ejemplos mostrarán.
- Primer ejemplo: Diferencias imperceptibles. Queremos pintar una habitación de verde oscuro. Los dos tonos que nos muestran primero son prácticamente indistinguibles, por lo cual estamos indiferentes.
- Ahora nos dan a elegir entre el tono más claro de los anteriores y otro ligerísimamente más claro. El matiz es indistinguible para nosotros, por lo que de nuevo estamos indiferentes.



## ¿Es realista el supuesto de racionalidad? (III)

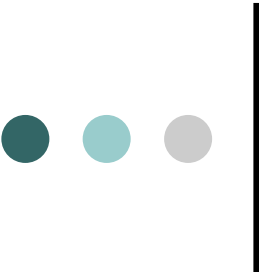
- Si procedemos de esta manera con diferentes tonos, estaremos indiferentes en cada elección.
- No obstante, si ofrecemos elegir entre el verde más oscuro original y el verde clarísimo final, la indiferencia no se cumple.
- Esto viola la transitividad (¿por qué?).
- Podemos pensar en muchos otros ejemplos en esta línea.





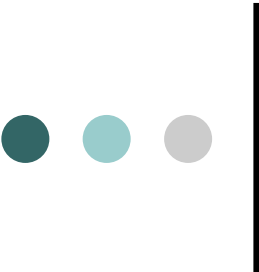
## ¿Es realista el supuesto de racionalidad? (IV)

- Segundo ejemplo: Otro fenómeno que incumple la transitividad es el llamado *framing* (Kahneman y Tversky, 1981).
- Esto es, la manera de *describir* las alternativas influye en nuestras preferencias.
- A modo de ejemplo, imaginemos un señor (García) que quiere comprar un coche (ya ha elegido el modelo) y una radio para éste.
- Puede comprarlos en el concesionario A, cercano a su casa, o en el B, de la misma marca pero a 20 minutos andando de su casa.



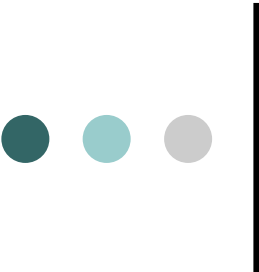
## ¿Es realista el supuesto de racionalidad? (V)

- Consideremos ahora las siguientes tres alternativas:
  1.  $B^*$  = Comprar el coche en B por 9000 euros y la radio por 50.
  2.  $B^{**}$  = Comprar el coche en B por 8950 euros y la radio por 100.
  3.  $A^*$  = Comprar el coche en A por 9000 euros y la radio por 100.
- Supongamos que García preferiría  $B^*$  si tuviera que elegir entre  $B^*$  y  $A^*$ .
- Mientras que si tuviera que elegir entre  $B^{**}$  y  $A^*$ , García preferiría  $A^*$ .



## ¿Es realista el supuesto de racionalidad? (VI)

- Ahora le planteamos a García la siguiente situación: Los precios del coche y la radio en ambos concesionarios son idénticos pero A no tiene existencias. Por tanto, García tiene que ir a B a comprar el coche y la radio. Como compensación, no obstante, el dueño de A le da a García un cupón con el que le descontarán 50 euros en B.
- Le preguntamos a García en qué objeto le gustaría que le hicieran el descuento en B. García replica que está indiferente.
- En encuestas, mucha gente muestra las preferencias indicadas aquí y en la anterior página. Consideradas en conjunto, sin embargo, estas preferencias *no* son transitivas (¿por qué?).



## ¿Es realista el supuesto de racionalidad? (VII)

- Si no es realista, ¿por qué sigue usándose el supuesto de racionalidad en casi todo el análisis microeconómico?
- Muchos economistas argumentan que, aunque no totalmente realista, esta hipótesis es simple y además los modelos basados en ella tienen un buen poder predictivo (o sea, que son válidos empíricamente).
- Sin embargo, otros economistas han propuesto paradigmas alternativos al de la racionalidad, como el de la *racionalidad limitada* de Herbert Simon. La idea es que la gente *intenta* maximizar, pero sólo lo consigue de manera aproximada. Los modernos modelos de aprendizaje van en esta línea.



## Función de Utilidad (I)

Una función  $u(X)$  representa a las preferencias  $\succeq$  si asigna un número real a cada elemento de  $X$  de acuerdo con el ranking establecido por las preferencias.

A toda función de este tipo se le llama *función de utilidad*.



## Función de Utilidad (II)

Más formalmente, tenemos la siguiente definición. Una función

$$u: X \rightarrow \mathcal{R}$$

es una función de utilidad que representa a las preferencias  $\succsim$  si para todo  $x, y$  de  $X$  se tiene

$$x \succsim y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$$



## Función de Utilidad (III)

Importante: Puede probarse que si existe una función de utilidad  $u(x)$  que representa a la ordenación  $\succsim$ ,

entonces cualquier transformación  $f(u(x))$ , donde  $f$  es una función *estrictamente creciente*  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

también representa a  $\succsim$ .



## Función de Utilidad (IV)

Esto nos lleva a distinguir entre información ordinal y cardinal

Llamamos *ordinal* a aquella información proporcionada por una función de utilidad que *no* varía con transformaciones del tipo citado. El ranking de las alternativas, por ejemplo, es una información (o propiedad) ordinal.

La información que *sí* varía se denomina *cardinal*. Por ejemplo, la utilidad  $u(x)$  (o sea, el número) asignada a una alternativa  $X$  por la función  $u$  es una información (o propiedad) cardinal.



## Función de Utilidad (V)

¿Para qué necesitamos funciones de utilidad?

En realidad, las funciones de utilidad no son necesarias para demostrar o enunciar muchos de los resultados importantes del análisis microeconómico (basta con usar preferencias). Por lo tanto, estas funciones no son una parte indispensable de la teoría.

La razón por la que se utilizan las funciones de utilidad es porque nos permiten utilizar métodos matemáticos de maximización, lo cual simplifica enormemente el análisis de determinadas cuestiones.



## Función de Utilidad (VI)

- Sin embargo, es importante entender las implicaciones de esto.
- El problema es que algunas preferencias no pueden representarse con *ninguna* función de utilidad. Por tanto, al trabajar con funciones de utilidad, el investigador está restringiendo implícitamente las preferencias que considera posibles.
- Por ejemplo, puede demostrarse que *ninguna* preferencia irracional es representable.
- Y también existen preferencias *racionales* que no son representables. Veremos un ejemplo en breve: Las preferencias lexicográficas.