Parte I: Elección en Condiciones de Certidumbre

Tema 2: Introducción al problema del consumidor.

Determinantes del Consumo

- Utilizando el enfoque de la elección racional (cuyo postulado básico es que la gente elige la alternativa preferida de su espacio de elección), iniciamos el análisis de la siguiente cuestión:

- ¿Qué variables explican la demanda (nivel de consumo) de un bien o servicio por parte de un individuo?

En concreto, este tema:

1. Introduce varias hipótesis *posibles* sobre el espacio de elección y las preferencias en este problema específico, y

2. explica cómo representar gráficamente el espacio de elección y las preferencias.

El Espacio de Elección del Consumidor (I)

- Por simplificar la exposición, supondremos que sólo hay disponibles dos bienes 1 y 2. No obstante, el análisis podría extenderse fácilmente al caso con K bienes.

- Supondremos asimismo que:

1. La cantidad consumida de cualquier bien se puede medir numéricamente.

2. No puede consumirse un número negativo de unidades de ningún bien.

- Esto implica que el espacio de elección ***X*** sólo puede contener vectores (o *cestas*) del tipo $q = (q_1, q_2) \in \Re^2_+$.

El Espacio de Elección del Consumidor (II)

- Por supuesto, no es realista asumir que el consumidor puede consumir cualquier cesta $q = (q_1, q_2)$.
- En efecto, según el problema específico a analizar, existirán restricciones económicas, físicas, o institucionales que limiten el conjunto de cestas que pueden consumirse.
- Daremos varios ejemplos en lo que sigue.

Restricciones Económicas (I)

- Empecemos con las restricciones económicas.
- Suponemos que existe un mercado para cada bien y que los bienes tienen precios unitarios p_1, p_2 , respectivamente. En el caso más sencillo, estos precios son positivos y fijos – es decir, no cambian cuando alguna variable del modelo varía.
- Dado esto, el coste de una *cesta* cualquiera $q = (q_1, q_2)$ es obviamente

$$p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2$$

Restricciones Económicas (II)

- Asumimos asimismo que el consumidor tiene unos ingresos fijos e iguales a Y.
- En este caso, una restricción económica básica (la *restricción presupuestaria*) es que no puede consumirse ninguna cesta cuyo coste supere los ingresos.
- Expresado matemáticamente, sólo pueden consumirse cestas tales que

$$p_1 \cdot q_1 + p_2 \cdot q_2 \leq Y$$

Restricciones Económicas (III)

- La representación gráfica del espacio de elección dadas las restricciones de no negatividad *y* presupuestaria es muy sencilla (área coloreada).
- Nota: El lado superior del triángulo suele denominarse *recta de presupuesto*.

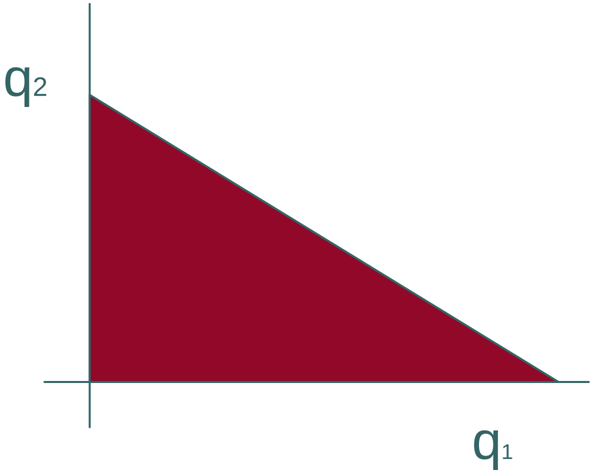


Figura 1

Restricciones Económicas (IV)

- Podemos representar cambios de precio o de renta moviendo la recta de presupuesto. Por ejemplo, la figura 2 muestra una *bajada* del precio del bien 2, la 3 una *subida* del precio del bien 1, y la 4 una *bajada* de la renta.

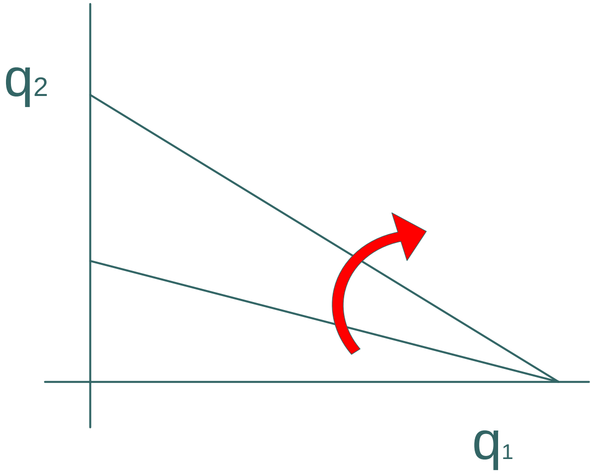


Figura 2

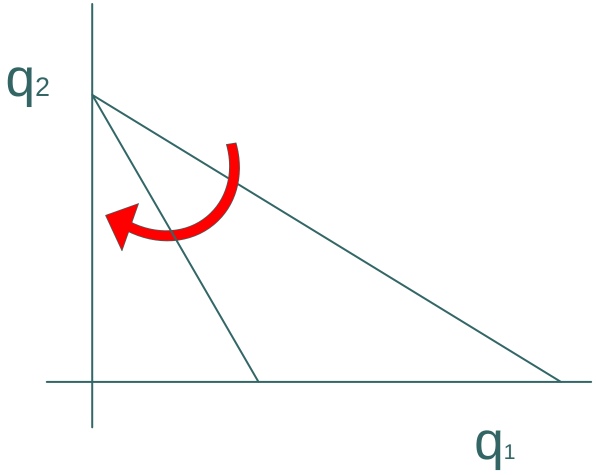


Figura 3

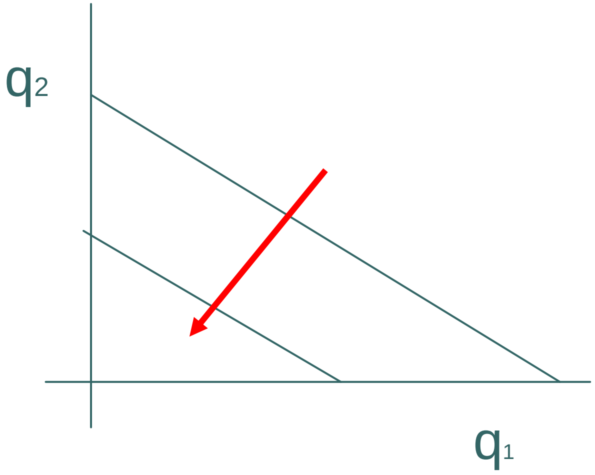


Figura 4

Restricciones Económicas: Precios variables (I)

Como ya hemos comentado, asumiremos por lo general (y por simplicidad) que los precios son fijos y que por tanto no varían con la cantidad consumida.

En muchas situaciones, no obstante, este supuesto no es realista porque algunos bienes bajan o suben de precio si se consumen en grandes cantidades.

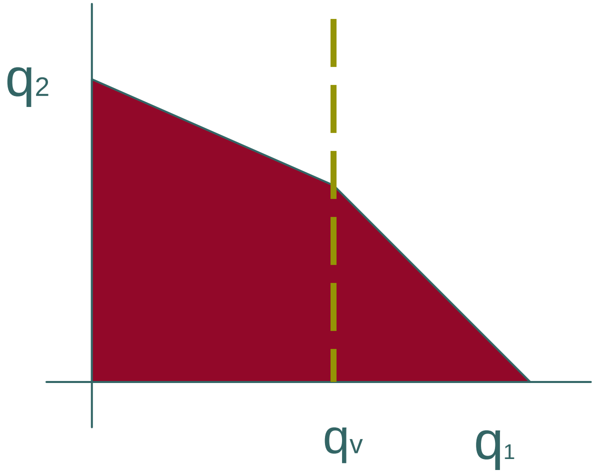
Por ejemplo, en algunos países el precio que los consumidores pagan por el agua sube cuando se consume por encima de una 'cantidad vital' q_v, para así evitar que se derroche.

Restricciones Económicas: Precios variables (II)

Al igual que en el caso en que los precios son fijos, este tipo de situaciones también pueden graficarse.

Por ejemplo, la figura 5 representa el espacio de todas las cestas que pueden comprarse en un caso en el que el precio del bien 1 sube al consumirse por encima de cierto nivel q_v.

Figura 5



Restricciones Físicas (I)

- Un ejemplo de restricción física es el siguiente: Muchos bienes o servicios sólo pueden consumirse en unidades enteras (por ejemplo, viajes a Nueva York).

- Aunque en general asumiremos que los bienes son perfectamente divisibles (como en la figura 1 previa), las restricciones físicas de este tipo también pueden graficarse.

Restricciones Físicas (II)

- En la figura 6 ningún bien es divisible (nótese que también aparece una restricción presupuestaria).
- En la figura 7, el bien 1 no es divisible, mientras que el bien 2 sí lo es (también se dibuja una restricción presupuestaria).

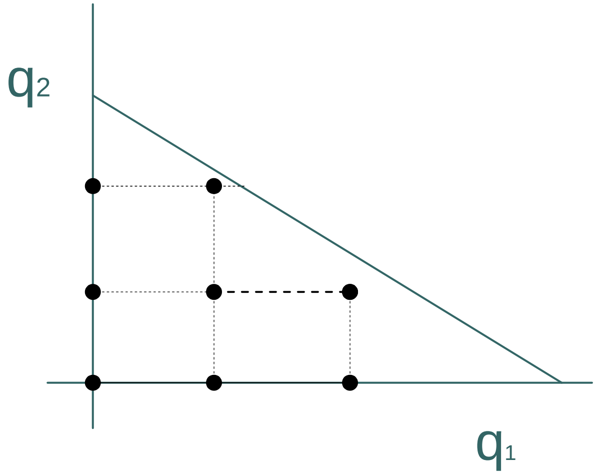


Figura 6

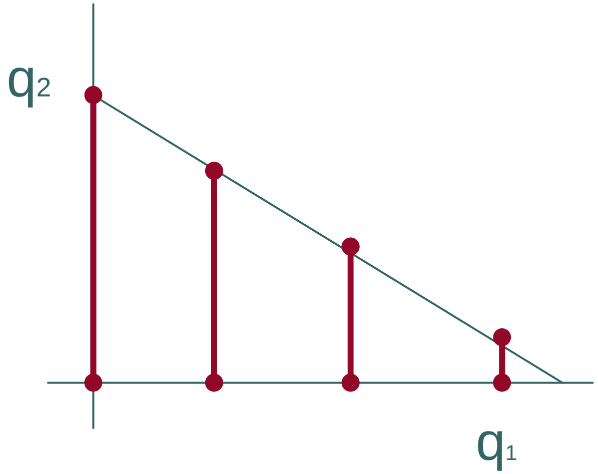


Figura 7

Restricciones Institucionales

Finalmente, existen también restricciones institucionales como el racionamiento, que ocurre cuando se limita el número de unidades que una persona puede comprar a un máximo q_M.

Ejemplos: (a) En la universidad pública sólo se puede estar matriculado una vez de la misma carrera, tenemos un número limitado de convocatorias, etc., (b) en muchos conciertos cada persona sólo puede comprar un número limitado de entradas (para evitar la reventa).

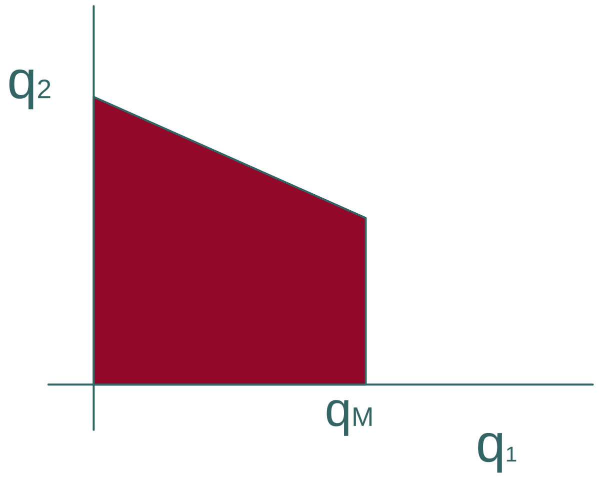


Figura 8

Discutir: Órganos vitales; espacio de elección.

Preferencias: Propiedades

- Pasemos ahora a considerar el otro ingrediente necesario para explicar el comportamiento del consumidor, esto es, sus preferencias.
- Para empezar, asumimos que el consumidor tiene preferencias *racionales* sobre el conjunto de cestas asequibles.
- Asimismo, introduciremos en lo que sigue otras propiedades que nos permitirán simplificar el análisis del problema, así como hacer más preciso el modelo

1ª Propiedad: Continuidad (I)

1. **Continuidad**: Si una cesta q es preferida a otra q’, y obtenemos una nueva cesta q’’ variando q muy poquito (infinitesimalmente) *y en cualquier sentido*, entonces q’’ es también preferida a q’.

- Esta propiedad es clave porque puede probarse que *toda* ordenación de preferencias *racional y continua* es representable por medio de una función de utilidad continua.

- Asumir preferencias continuas (prácticamente) nos asegura poder usar técnicas matemáticas de optimización.

Continuidad (II)

Un ejemplo de preferencias racionales pero <u>no</u> continuas son las lexicográficas, definidas como sigue (para el caso con dos bienes):

$$q \succeq q' \text{ si se cumple } q_1 > q'_1 \text{, o si se cumple } q_1 = q'_1 \text{ y } q_2 \geq q'_2$$

Continuidad (III)

- Para ilustrar las preferencias lexicográficas, imaginemos alguien que se está muriendo de hambre y que los dos bienes son pan y música de Beethoven.

- Supongamos que esta persona prefiere siempre la cesta con más pan (¡aunque la diferencia sea de una miga!), independientemente de la cantidad de música que incluya. Pero entre dos cestas que le den la misma cantidad de pan, prefiere aquella con más música. Sus pref. son lexicográficas.

- Otro ejemplo podría ser un terrorista fanático, dispuesto a sacrificar todo lo que valora (incluso su vida) por sus ideas.

- Las preferencias lexicográficas no pueden representarse con una función de utilidad.

2ª Propiedad: Monotonía (I)

2. **Monotonía estricta**: Más de cada bien es preferido a menos.

Formalmente, si $q' = (q'_1, q'_2)$ y $q'' = (q''_1, q''_2)$ son dos cestas tales que

$$q'_1 \geq q''_1 , \quad q'_2 \geq q''_2 \quad \text{y} \quad q' \neq q''$$

$$\Rightarrow \quad q' \succ q''$$

Monotonía (II)

Si las preferencias del consumidor son monótonas estrictas:

1. Todas las cestas del área B (frontera incluida, excepto Q) de la figura 9 son preferidas a la cesta Q.
2. La cesta Q es preferida a todas las cestas del área C (frontera incluida, excepto Q).
3. ¿Y las cestas de las áreas A y D?

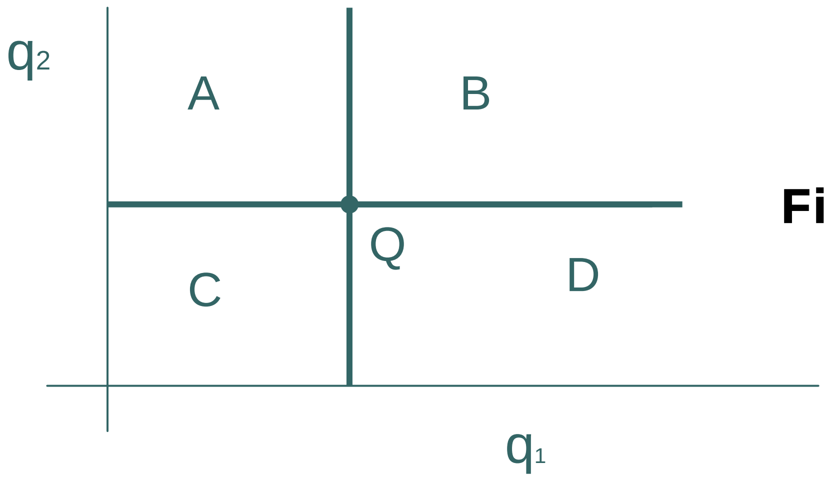


Figura 9

Monotonía (III)

- Asumir que las preferencias son monótonas estrictas es bastante poco realista, pues significa que nada da desutilidad o nos sacia. ¡Podemos pensar en muchos contraejemplos, como el pescado podrido o las comidas grasientas!

- Aunque en general asumiremos monotonía estricta para simplificar el análisis, es importante saber que para demostrar cualquiera de los resultados que presentaremos en el tema 3 es suficiente con asumir que las preferencias son monótonas estrictas *en sólo uno* de los productos (es decir, que sólo uno de los productos es un bien).

3ª Propiedad: Convexidad (I)

3. **Convexidad estricta**: La interpretación de esta propiedad es (a muy grandes rasgos) que cuanta más variedad, mejor.

Formalmente, si q', q'' son dos cestas *distintas* tales que

$$q' \succeq q''$$

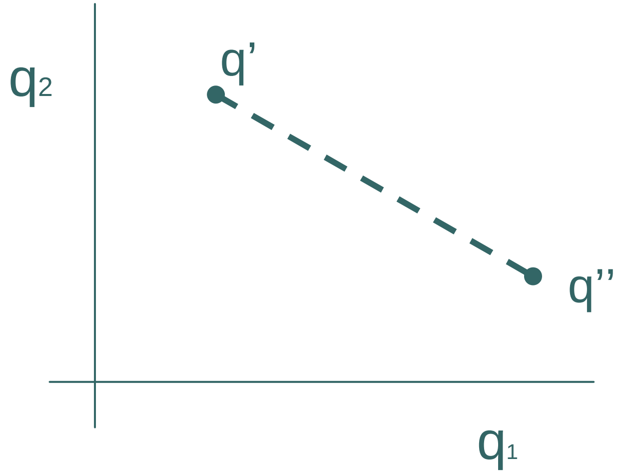
y tenemos un número real $\lambda \in (0,1)$, entonces

$$\lambda \cdot q' + (1-\lambda) \cdot q'' \succ q''$$

Convexidad (II)

Gráficamente, si las preferencias son estrictamente convexas, entonces *todas* las cestas *entre* q’ y q’’ son preferidas a la cesta q’’.

Figura 10



Convexidad (III)

- La propiedad de convexidad es básica en el análisis económico. Una interpretación alternativa (y más precisa) a la del gusto por la variedad es que la *relación marginal de sustitución decrece*.

- Es decir, cuando alguien tiene preferencias convexas (o estrictamente convexas), cada unidad que pierde de uno de los bienes requiere cada vez *mayores* cantidades del otro bien para compensar la pérdida – esto es, para obtener una cesta igual de buena (indiferente) que la inicial (más tarde expresaremos esto matemáticamente).

- Nota: La convexidad estricta requiere que los bienes sean perfectamente divisibles (¿por qué?).

Preferencias: Representación gráfica (I)

- Una ventaja de asumir que sólo hay dos bienes es que nos permite representar gráficamente las preferencias. Para esto, introducimos un concepto importante: Las curvas de indiferencia.

- Para toda cesta q, *la curva (o conjunto) de indiferencia de* q está compuesta por todas las cestas que son indiferentes a q.

- Si la función de utilidad $U(q)$ representa a las preferencias, la ecuación matemática correspondiente a la curva de indiferencia de nivel U_0 es $U(q)=U_0$.

Representación gráfica (II)

- Una cuestión importante es la siguiente:
- ¿Qué propiedades geométricas cumplen unas preferencias que sean o bien continuas, o estrictamente monótonas o estrictamente convexas al representarlas gráficamente?
- Empecemos con la continuidad. Si las preferencias son continuas entonces para toda cesta q el conjunto de cestas *al menos tan buenas* como q es un conjunto cerrado –es decir, contiene su frontera.

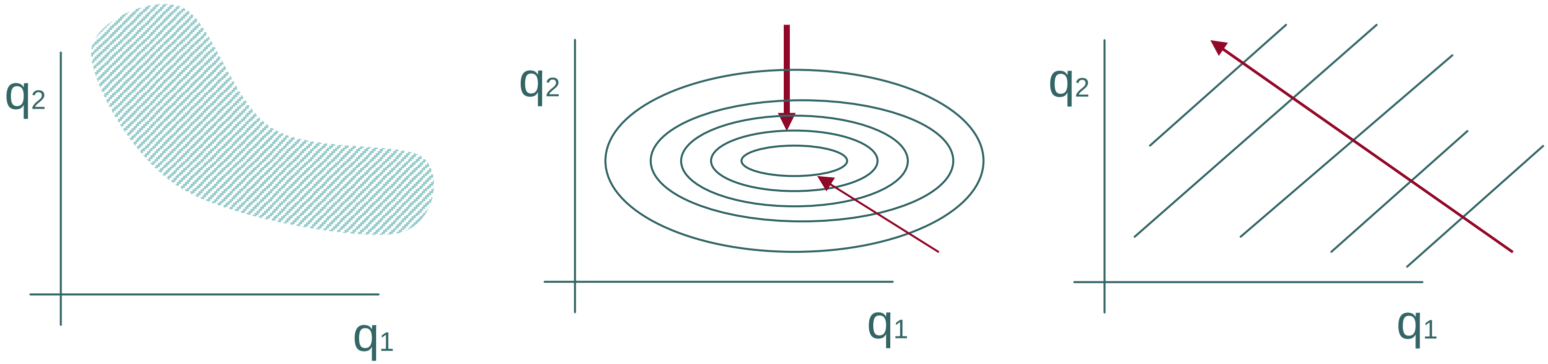
Representación gráfica (III)

Sigamos con la *monotonía estricta*. Gráficamente, esta propiedad implica lo siguiente:

1. Las curvas de indiferencia no son ‘gruesas’ sino curvas (o líneas) propiamente dichas.
2. No hay picos de saciación.
3. Cuando crece la cantidad de algún bien (manteniendo constante o aumentando la del otro), nos movemos hacia curvas ‘superiores’ de indiferencia.

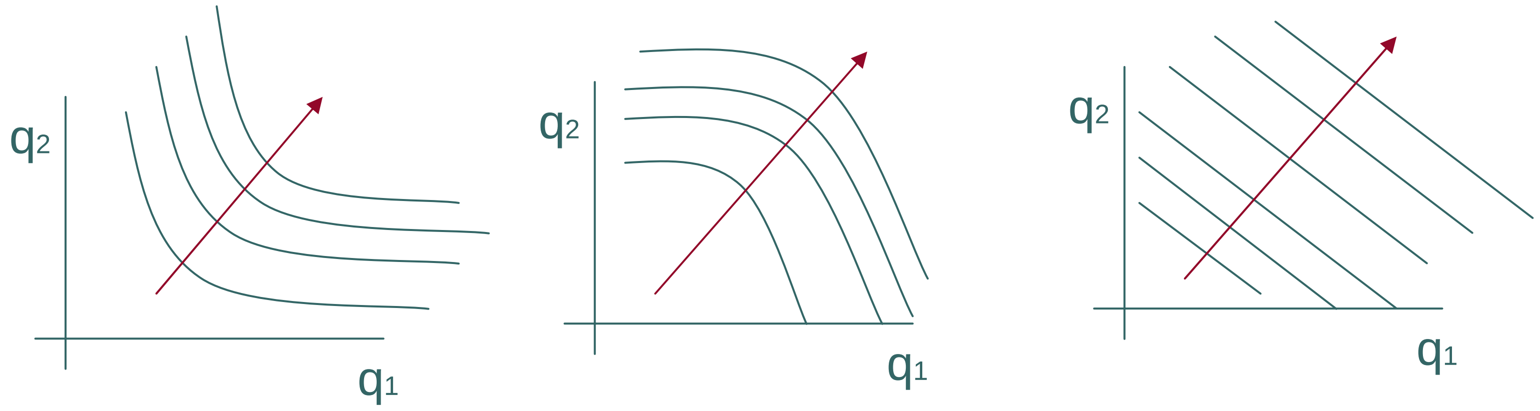
Representación gráfica (IV)

Aquí tenemos varios ejemplos gráficos de preferencias que no son estrictamente monótonas:



Nota: En la figura de la izquierda, el área rayada representa una 'curva' de indiferencia.
En las otras figuras, la flecha indica hacia donde 'crecen' las preferencias.

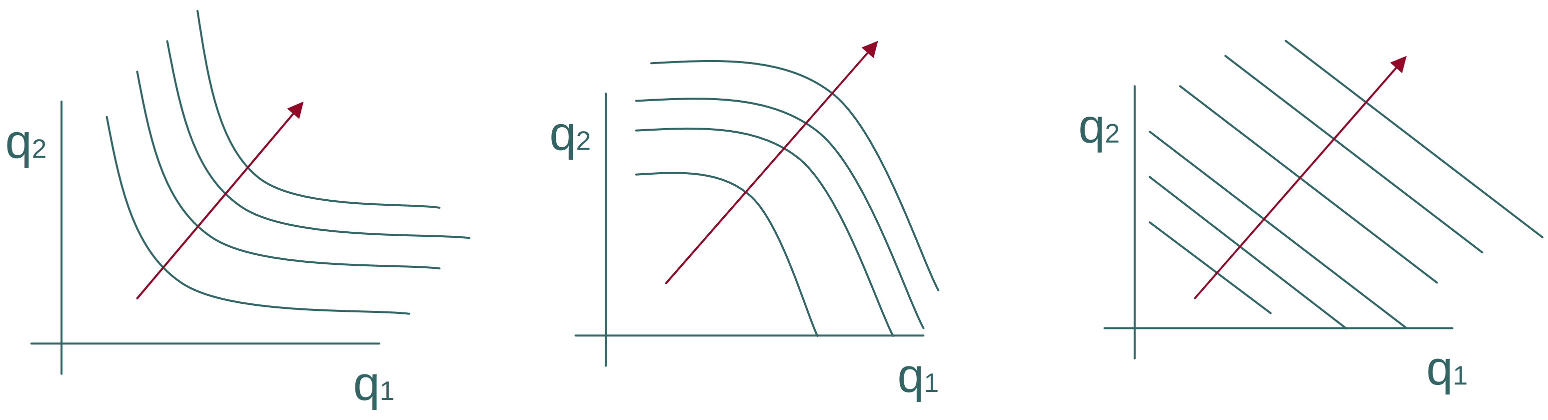
Representación gráfica (V)



Por el contrario, todos estos mapas de curvas de indiferencia sí representan preferencias estrictamente monótonas.

Representación gráfica (VI)

Finalmente, si las preferencias son estrictamente convexas entonces el conjunto de cestas *al menos tan buenas* como q (para toda cesta q) es un conjunto convexo (ojo: esta condición es necesaria pero no suficiente).



SÍ **NO** **NO**

Preferencias: Representación funcional (I)

- Recordemos que unas preferencias siempre admiten representación por medio de una función de utilidad continua si son *continuas*.

- Este punto nos conduce a otra cuestión importante:

- ¿Qué propiedades tiene una función de utilidad si representa a unas preferencias estrictamente monótonas o convexas?

Representación funcional (II)

1. Sea U una función de utilidad que representa a las preferencias $\succeq$.

   Estas preferencias son estrictamente monótonas si y sólo si U es estrictamente creciente en cada uno de sus argumentos.

Representación funcional (III)

2. Igualmente, $\succsim$ son estrictamente convexas si y sólo si U es estrictamente cuasi-cóncava.

- U(q) es estrictamente cuasi-cóncava si para todo par de cestas *distintas* q' , q'' tales que

$$U(q') \geq U(q'')$$

se tiene, para todo $\lambda \in (0,1)$, que

$$U(\lambda q' + (1-\lambda) q'') > U(q'')$$