CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS

1. **Triángulo órtico**
   a) En un triángulo acutángulo ABC, se trazan las alturas.
   b) Llama A', B' y C' a los pies de las alturas correspondientes a A, B y C respectivamente.
   c) Une esos puntos A' B' C'. Este triángulo se llama triángulo órtico.
   d) Las alturas del triángulo ABC dividen en dos ángulos los ángulos del triángulo órtico. ¿Cómo son esos ángulos entre sí?
   e) Traza el incentro de A' B' C' y el ortocentro de ABC. ¿ Cómo son?
   f) ¿Qué pasa si el triángulo es obtusángulo?
2. **Triángulo inscrito de perímetro mínimo**
   a) Construye el triángulo ABC.
   b) Traza X, Y y Z puntos en BC, AC, AB respectivamente.
   c) Traza el triángulo XYZ y mide sus lados.
   d) ¿Cuándo es mínimo el perímetro de dicho triángulo? ¿Podrías demostrarlo?. Es bastante difícil pero te proponemos una solución muy bonita:
   e) Después de haber creado el triángulo ABC y el triángulo XYZ inscrito en él; al triángulo ABC lo llamamos T_1 y trazamos las rectas AB, AC y BC.
   f) Refleja T_1 y todo lo que hay dentro de él con respecto a la recta AC, formando el triángulo T_2.
   g) Refleja T_2 con respecto a la recta BC (corresponde a BC de T_1 pero en T_2) formando el triángulo T_3.
   h) Refleja T_3 con respecto a la recta BA (corresponde a BA de T_1 pero en T_3) formando el triángulo T_4.
   i) Refleja T_4 con respecto a la recta AC (corresponde a AC de T_1 pero en T_4) formando el triángulo T_5.
   j) Refleja T_5 con respecto a la recta BC (corresponde a BC de T_1 pero en T_5) formando el triángulo T_6.
   k) Observa el camino entre un punto AB de T_1 y el correspondiente en T_6 a través de los triángulos XYZ, ¿cuánto mide ese camino? ¿ Cuándo es mínimo? ¿Para qué triángulo XYZ?

OTROS LUGARES GEOMÉTRICOS

3. Para un punto B de una circunferencia y un punto exterior A, sea P el punto de intersección de la recta tangente a la circunferencia por el punto B y de la recta perpendicular a la tangente anterior trazada por el punto A. Hallar el lugar geométrico del punto P cuando B recorre la circunferencia. También podremos dibujar el lugar geométrico utilizando las herramientas **Traza** y **Animación.** Después de seleccionar

Traza marcamos el punto P. A continuación pulsamos sobre la herramienta **Animación** y aplicamos un movimiento al punto B que se desplazará por la circunferencia hasta que pulsemos sobre cualquier zona de la pantalla. Una vez que el punto P completa el giro a la circunferencia obtendremos el lugar geométrico denominado **Caracol de Pascal**.

4. Dada una circunferencia y un triángulo ABC, siendo A y B puntos de la circunferencia Y C el centro. Halla el lugar geométrico del ortocentro cuando el punto A recorre la circunferencia. Comprobar si el lugar geométrico depende de la posición en la que se encuentre el punto B. Para mover el punto B por toda la circunferencia, bastará con aplicar sobre él la herramienta **Animación**. La comprobación anterior no es posible cuando se utilizan las herramientas **Traza** y **Animación**, ya que la traza obtenida no cambia al modificar algún objeto; sería necesario volver a realizar su trazado borrando previamente el anterior. Para eliminar la Traza dejada por un objeto utilizaremos la opción **Regenerar dibujo** que encontramos en el menú **Edición**.
5. Sea P un punto de una recta r y A un punto que no pertenece a la recta. Hallar el lugar geométrico que determina la recta perpendicular por el punto P al segmento PA cuando el punto P recorre la recta r. El lugar geométrico obtenido corresponde a la envolvente de las rectas perpendiculares, como podemos comprobar si en la carpeta **Opciones para lugares** disponible en la opción **Preferencias** que encontramos en el menú **Opciones** desactivamos la opción **Envolvente**.
6. Para una curva c y un punto P se obtiene una envolvente al trazar las circunferencias que pasan por el punto P y tienen el centro en la curva c. Trazar la envolvente de circunferencias para una circunferencia c desde un punto P que pertenezca a ella. El resultado es una curva que se llama cardioide.
7. Sea A un punto interior de una circunferencia c. Hallar el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que pasan por el punto A que son tangentes a la circunferencia c.
8. Dibujar las curvas de **Cassini**. Las curvas de **Cassini** son el lugar geométrico de los puntos del plano cuyo producto de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante. Para trazar las curvas de **Cassini**, trazamos el eje AB y marcamos los focos F_1 y F_2. A continuación trazamos una circunferencia cuyo diámetro sea el segmento F_1 F_2. Sea P un punto de la circunferencia. Por el extremo A dibujamos una semirrecta que pase por P, que también cortará a la circunferencia en el punto Q. Con centro F_1 y radio igual a la distancia AQ, trazamos una nueva circunferencia y, con centro en F_2 y radio AP, dibujamos otra circunferencia. Los puntos M y N de las dos circunferencias anteriores pertenecen a la curva. Al activar la traza de los puntos M y N y aplicar animación sobre el punto P, obtendremos una curva de Cassini . Cambiando la relación existente entre el eje mayor y la distancia focal se obtendrán diferentes curvas, óvalos, lemniscata etc.