UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS **(LOGSE)**

Curso **2005-2006**

6

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.
El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta.
No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio figura en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN **A**

1. (2 puntos). Dado el sistema homogéneo:

$$\begin{cases} x + ky - z = 0 \\ kx - y + z = 0 \\ (k+1)x + y = 0 \end{cases}$$

averiguar para qué valores de k tiene soluciones distintas de $x = y = z = 0$. Resolverlo en tales casos.

2. (2 puntos). Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ encontrar todas las matrices

$$P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

tales que $AP = PA$.

3. (3 puntos). a) (1 punto). Dibujar la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{2x}{x+1}$ indicando su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y asíntotas.

b) (1 punto). Demostrar que la sucesión $a_n = \dfrac{2n}{n+1}$ es monótona creciente.

c) (1 punto). Calcular $\lim\limits_{n\to\infty} n^2(a_{n+1} - a_n)$.

4. (3 puntos). Sean las rectas:

$$r: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-4} \qquad s: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{1}$$

a) (1,5 puntos). Hallar la ecuación de la recta t que pasa por el origen y corta a las dos rectas anteriores.
b) (1,5 puntos). Hallar la recta perpendicular común a las rectas r y s.

OPCIÓN **B**

1. (2 puntos). Sea r la recta que pasa por el origen de coordenadas O y tiene como vector director $\mathbf{v} = (4,3,1)$. Hallar un punto P contenido en dicha recta, tal que si se llama Q a su proyección sobre el plano π: $z = 0$, el triángulo OPQ tenga área 1.

2. (2 puntos). Determinar la posición relativa de las rectas:

$$r: \frac{x+4}{-3} = \frac{y-7}{4} = \frac{z}{1} \qquad s: \begin{cases} x+2y-5z-5=0 \\ 2x+y+2z-4=0 \end{cases}$$

3. (3 puntos). Dada la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -a \\ 2a & 1 & -1 \\ 2 & a & 1 \end{pmatrix}$$

a) (1,5 puntos). Determinar el rango de M según los valores del parámetro a.
b) (1,5 puntos). Determinar para qué valores de a existe la matriz inversa de M. Calcular dicha matriz inversa para $a = 2$.

4. (3 puntos). a) (1,5 puntos). Estudiar y representar gráficamente la función:

$$f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$$

b) (1,5 puntos). Hallar el área de la región acotada comprendida entre la gráfica de la función anterior y las rectas $y = 1$, $x = 5/2$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

1. Discusión: 1 punto.
   Resolución de todos los casos: 1 punto.

2. Planteamiento: 0,5 puntos.
   Resolución: 1,5 puntos.

3. Apartado a): 1 punto.
   Apartado b): 1 punto.
   Apartado c): 1 punto.

4. Apartado a): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.
   Apartado b): 1,5 puntos.

OPCIÓN B

1. Planteamiento: 1 punto.
   Resolución: 1 punto.

2. Planteamiento: 1 punto.
   Resolución: 1 punto.

3. Apartado a): Planteamiento, 0,75 puntos. Discusión, 0,75 puntos.
   Apartado b): Cálculo de los valores de a, 0,5 puntos. Cálculo de la matriz inversa, 1 punto.

4. Apartado a): 1,5 puntos.
   Apartado b): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.