UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS **(LOGSE)**

Curso **2006-2007**

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.
Se deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta.
No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN **A**

1. (2 puntos). Estudiar el rango de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} m & m-1 & m(m-1) \\ m & 1 & m \\ m & 1 & m-1 \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro *m*.

2. (2 puntos). Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$$

Hallar una matriz X tal que $XAX^{-1} = B$.

3. (3 puntos). Dados el punto A(1,–2,–3), la recta $r : \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

y el plano $\pi : x - 2y - 3z + 1 = 0$, se pide:

a) (1,5 puntos). Ecuación del plano que pasa por A, es paralelo a r y perpendicular a π.

b) (1,5 puntos). Ecuación de la recta que pasa por A, corta a r y es paralela a π.

4. (3 puntos). Se considera la función $f(x) = x^2 + m$, donde $m > 0$ es una constante.

a) (1,5 puntos). Para cada valor de m hallar el valor $a > 0$ tal que la recta tangente a la gráfica de f en el punto (a , $f(a)$) pase por el origen de coordenadas.

b) (1,5 puntos). Hallar el valor de m para que la recta $y = x$ sea tangente a la gráfica de $f(x)$.

OPCIÓN **B**

1. (2 puntos). Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 12}{x^2 + 4}$ calcular el área de la región acotada encerrada por su gráfica y el eje OX.

2. (2 puntos). Dibujar la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{|x|}{2 - x}$$

indicando su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y asíntotas.

3. (3 puntos). Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (1,5 puntos). Encontrar las condiciones que deben cumplir *a, b, c* para que se verifique $AB=BA$.

b) (1,5 puntos). Para $a=b=c=1$, calcular B^{10}.

4. (3 puntos). Sean los puntos $A(\lambda,2,\lambda)$, $B(2,-\lambda,0)$, $C(\lambda,0,\lambda+2)$.

a) (1 punto). ¿Existe algún valor de λ para el que los puntos *A*, *B* y *C* están alineados?

b) (1 punto). Comprobar que si *A*, *B*, *C* no están alineados el triángulo que forman es isósceles.

c) (1 punto). Calcular la ecuación del plano que contiene al triángulo *ABC* para el valor $\lambda = 0$ y hallar la distancia de este plano al origen de coordenadas.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

1. Planteamiento: 1 punto.
   Discusión de los rangos: 1 punto.

2. Planteamiento: 1 punto.
   Cálculo efectivo de la matriz X: 1 punto.

3. Apartado a): 1,5 puntos.
   Apartado b): 1,5 puntos.

4. Apartado a): 1,5 puntos.
   Apartado b): 1,5 puntos.

OPCIÓN B

1. Planteamiento y cálculo de los límites de integración: 1 punto.
   Cálculo del área: 1 punto.

2. Estudio de la función: 1,5 puntos.
   Dibujo de la gráfica: 0,5 puntos.

3. Apartado *a*): Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 1 punto.
   Apartado *b*): 1,5 puntos.

4. Apartado *a*): 1 punto.
   Apartado *b*): 1 punto.
   Apartado *c*): 1 punto.