

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.

Se deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta.

No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN A

1. (2 puntos). Hallar los puntos de la recta $r: \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+1}{-1}$ cuya distancia al plano $\pi: 2x - y + 2z + 1 = 0$ es igual a 1.

2. (2 puntos). Se consideran las rectas:

$$r: \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} x - z = 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

Hallar la ecuación continua de la recta que contiene al punto $P(2, -1, 2)$ y cuyo vector director es perpendicular a los vectores directores de las dos rectas anteriores.

3. (3 puntos). Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + (k+1)y + 2z = -1 \\ kx + y + z = k \\ (k-1)x - 2y - z = k+1 \end{cases}$$

se pide:

a) (2 puntos). Discutirlo según los distintos valores del parámetro k .

b) (1 punto). Resolverlo cuando tenga infinitas soluciones.

4. (3 puntos). a) (1,5 puntos). Hallar los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 + x + 3}{x^2 + 1}$$

b) (1,5 puntos). Determinar una función $F(x)$ tal que su derivada sea $f(x)$ y además $F(0) = 4$.

OPCIÓN B

1. (2 puntos). Calcular una matriz cuadrada X sabiendo que verifica

$$XA^2 + BA = A^2$$

siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. (2 puntos). Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

se pide:

- a) (1 punto). Calcular a y b de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $ax + y + bz = 1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el sistema original.
- b) (1 punto). Calcular las soluciones del sistema dado tales que la suma de los valores de las incógnitas sea igual a 4.

3. (3 puntos). Sean las rectas

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2} \quad s: \begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ x - 3z - 8 = 0 \end{cases}$$

- a) (1,5 puntos). Hallar la ecuación del plano π que contiene a r y es paralelo a s .
- b) (1,5 puntos). Calcular la distancia entre el plano π y la recta s .

4. (3 puntos). Sea $g(x)$ una función continua y derivable para todo valor real de x , de la que se conoce la siguiente información:

- i) $g'(x) > 0$ para todo $x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$, mientras que $g'(x) < 0$ para todo $x \in (0, 2)$.
- ii) $g''(x) > 0$ para todo $x \in (1, 3)$ y $g''(x) < 0$ para todo $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$.
- iii) $g(-1) = 0$, $g(0) = 2$, $g(2) = 1$.
- iv) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 3$.

Teniendo en cuenta los datos anteriores, se pide:

- a) (1 punto). Analizar razonadamente la posible existencia o no existencia de asíntotas verticales, horizontales u oblicuas.
- b) (1 punto). Dibujar de manera esquemática la gráfica de la función $g(x)$.
- c) (1 punto). Si $G(x) = \int_0^x g(t)dt$ encontrar un valor x_0 tal que su derivada $G'(x_0) = 0$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

1. Planteamiento: 1 punto.
Resolución: 0,5 puntos por cada una de las dos soluciones.
2. Cálculo de los vectores directores de las rectas: 1 punto.
Ecuación de la recta: 1 punto.
3. Apartado *a*): 2 puntos.
Apartado *b*): 1 punto.
4. Apartado *a*): Máximos y mínimos relativos, 0,75 puntos; puntos de inflexión, 0,75 puntos.
Apartado *b*): Descomponer la fracción, 0,5 puntos; cálculo de la función primitiva, 1 punto.

OPCIÓN B

1. Planteamiento: 1 punto.
Resolución: 1 punto.
2. Apartado *a*): 1 punto.
Apartado *b*): 1 punto.
3. Apartado *a*): Planteamiento, 1 punto; resolución, 0,5 puntos.
Apartado *b*): Planteamiento, 1 punto; resolución, 0,5 puntos.
4. Apartado *a*): 1 punto.
Apartado *b*): 1 punto.
Apartado *c*): 1 punto.