

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el punto $P(-1, 0, 2)$ y las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x - z = 1, \\ y - z = -1, \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = \lambda, \\ z = 3, \end{cases}$$

se pide:

- a) (1 punto) Determinar la posición relativa de r y s .
- b) (1 punto) Determinar la ecuación de la recta que pasa por P y corta a r y s .
- c) (1 punto) Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a r y s .

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} ax + 7y + 5z = 0, \\ x + ay + z = 3, \\ y + z = -2, \end{cases}$$

se pide:

- a) (2 puntos) Discutirlo según los valores de a .
- b) (0,5 puntos) Resolverlo en el caso $a = 4$.
- c) (0,5 puntos) Resolverlo en el caso $a = 2$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$, se pide:

- a) (1 punto) Hallar las asíntotas de su gráfica.
- b) (1 punto) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Calcular las siguientes integrales:

a) (1 punto) $\int \frac{x-3}{x^2+9} dx$. b) (1 punto) $\int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3} dx$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = 2 \cos^2 x$, se pide:

- (1 punto) Determinar los extremos absolutos de $f(x)$ en $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
- (1 punto) Determinar los puntos de inflexión de $f(x)$ en $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
- (1 punto) Calcular $\int_0^{\pi/2} f(x) dx$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1 punto) Hallar el valor de λ para el cual la ecuación matricial $XA = B$ tiene solución única.
- (1 punto) Calcular la matriz X para $\lambda = 4$.
- (1 punto) Calcular el determinante de la matriz A^2B en función de λ .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

- (1 punto) Hallar los puntos de corte de la recta de dirección $(2, 1, 1)$ y que pasa por el punto $P(4, 6, 2)$, con la superficie esférica de centro $C(1, 2, -1)$ y radio $\sqrt{26}$.
- (1 punto) Hallar la distancia del punto $Q(-2, 1, 0)$ a la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = y+2 = \frac{z-3}{2}.$$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados el punto $P(1, 0, -1)$, el plano $\pi \equiv 2x - y + z + 1 = 0$, y la recta

$$r \equiv \begin{cases} -2x + y - 1 = 0, \\ 3x - z - 3 = 0, \end{cases}$$

se pide:

- (1,5 puntos) Determinar la ecuación del plano que pasa por P , es paralelo a la recta r y perpendicular al plano π .
- (0,5 puntos) Hallar el ángulo entre r y π .