

**MODELOS DE DETERMINACIÓN DE ÁREAS DE  
MERCADO DEL COMERCIO AL POR MENOR (\*)**

**M<sup>a</sup> del Coro Chasco Yrigoyen**

**Documento 97/3  
1997**

**Junio**

(\*) Resumen de la Tesina “Modelos de Determinación de Áreas de Mercado del Comercio al Por Menor”, dirigida por los Dres. José Vicéns Otero y Pedro Chasco Lafuente. Abril, 1997.

## 1. INTRODUCCIÓN

En este estudio se ofrece una exposición, sistematización y análisis del conjunto de técnicas y modelos matemáticos y econométricos empleados para delimitar las áreas de mercado de los establecimientos comerciales del comercio al por menor. Se trata del resumen de un más amplio proyecto de investigación o Tesina, leída por la autora en el **Instituto Lawrence R. Klein**, de la Universidad Autónoma de Madrid, y dirigida por los Dres. José Vicéns Otero y Pedro Chasco Lafuente.

La experiencia de la autora, como colaboradora del *Proyecto “Atlas Comercial de España”*, que elabora el citado Instituto Klein, ha sido lo que le ha llevado a profundizar teóricamente en el campo de las técnicas y modelos desarrollados para la determinación de las áreas de mercado.

El conocimiento y la actualización de las áreas de mercado de un territorio es un requisito indispensable para la resolución de todo problema de localización; es por eso por lo que creemos que el tema que aquí se expone es un tema actual e importante, no sólo para el investigador de mercados, sino también para la **investigación en general y la docencia**. Hay que tener en cuenta que se trata de un tema poco desarrollado en España, que requiere y demanda una investigación más profunda.

Dada la amplitud y complejidad del tema elegido, se hace necesaria una primera delimitación de los objetivos y los contenidos de la Tesina, de modo que resultara de alguna utilidad, tanto para el Proyecto “Atlas Comercial de España” en el que continúa colaborando la autora, como para todo aquél que se encuentre interesado en este tema. Finalmente, con esta obra se pretenden varios **objetivos**:

1.- Ofrecer una **exposición, sistematización y análisis** del conjunto de técnicas y modelos matemáticos y econométricos empleados para delimitar las áreas de mercado de los establecimientos comerciales, dada la inexistencia de obras o manuales, en los que se ofrezca una síntesis completa del tema. Así, la autora **propone una clasificación propia**, procurando la debida ilación y relación entre temas, así como las aportaciones y limitaciones entre unos y otros modelos.

2.- En esta tesina, se ha realizado también un gran esfuerzo de recopilación de **bibliografía básica y actualizada** sobre esta línea de investigación: al final del trabajo se dedica, como es normal, un apartado completo a la bibliografía, pero también, dentro de cada apartado, mediante notas a pie de página o insertadas en el texto, el lector podrá encontrar esos mismos títulos, agrupados por bloques temáticos y aplicaciones.

3.- Un tercer objetivo es el de **facilitar al investigador la búsqueda y creación del modelo de gravitación comercial que debe aplicar a un caso concreto**. Es de todos sabido que, cuando una empresa planifica nuevos puntos de venta o sucursales, en la determinación de sus áreas de mercado no va a encontrar una “receta” (o modelo exactamente apropiado) para aplicar a su problema particular, como por ejemplo la determinación del área de mercado de un centro comercial minorista concreto.

En esta tesina se muestra al investigador una relación de modelos con un análisis y amplitud suficiente para que, a partir de la misma, se pueda **seleccionar el modelo más aproximado o elaborar un modelo mixto** adecuado a la situación existente (hay que tener en

cuenta que la elección de un modelo dependerá, no sólo del tipo de establecimiento comercial, sino también de la disponibilidad de información de las variables más relevantes y de razones de tiempo y presupuesto).

4.- Por otra parte, aunque la tesina está centrada en la determinación de áreas de mercado del comercio al por menor, o flujos comerciales minoristas, el conocimiento de estos modelos de gravitación del comercio al por menor es útil también, con las correspondientes adaptaciones, para la **determinación de áreas de mercado de otras empresas de servicios** (sucursales bancarias, hoteles, hospitales,...) y hasta de otros flujos, como los de empleo, migraciones, etc. Asimismo, creemos que esta obra puede ser útil, no sólo para el investigador de mercados, sino también para la **investigación en general y la docencia** pues, como ya se ha indicado se trata de un tema muy poco desarrollado en España, que requiere y demanda una investigación más profunda.

5.- Por último, ya se ha indicado que uno de los importantes objetivos de esta obra y de todo el esfuerzo de investigación realizado para llevarla a cabo, es su **aplicación directa al Proyecto “Atlas Comercial de España”**, del Instituto L.R. Klein, y la profundización en la metodología empleada. En concreto, los casos prácticos que se pueden encontrar en esta tesina y que han sido extraídos de los Atlas Comerciales de España 1994 y 1995, y del “Anuario Comercial de España 1997”, han ayudado a la mejor comprensión de los flujos comerciales, han contribuido a la aplicación de nuevos modelos econométricos en la metodología empleada y han abierto nuevos cauces de aplicación e investigación. En esta línea, la autora **propone un proceso de determinación/actualización de áreas de mercado**; también la autora ha estimado y **aplicado un Modelo Logit de Elección Discreta**, tradicionalmente utilizado en situaciones de elección de compra intraurbana, con el fin de comprobar su eficacia también en el ámbito interurbano. Los resultados ponen de manifiesto la validez de estos modelos en la determinación de flujos comerciales interurbanos, como es el caso del Atlas Comercial de España.

- Los flujos determinados por el comercio al por menor son interacciones que conectan diversos puntos del espacio. Por este motivo, la autora sitúa esta línea de investigación en el campo de la **“economía espacial”**: el estudio del espacio en la economía es un problema relativamente reciente en el tiempo (a partir de los años 50) y que, de hecho aún es un tema marginado en la investigación, tal como ponen de manifiesto muchos investigadores.

Las peculiaridades propias de los datos espaciales (datos de corte transversal correspondientes a regiones, en uno o varios momentos del tiempo) ha llevado a los econométricos a desarrollar técnicas estadístico-econométricas adecuadas, conocidas con el nombre de **“econometría espacial”**. Problemas como la dependencia espacial o autocorrelación espacial entre los datos, así como la no estacionaridad de los coeficientes estimados en distintos contextos geográficos, van siendo abordados mediante la elaboración de modelos más ajustados a la realidad del espacio geográfico, así como de métodos de contraste apropiados.

Por otro lado, dentro del amplio campo de la economía del espacio, se encuentra el fenómeno de **“interacción espacial”**, definido, de modo general, como todo movimiento o comunicación sobre el espacio resultante de un proceso de decisión. La interacción espacial engloba una diversidad de comportamientos humanos, que van desde las migraciones, los desplazamientos por motivos de trabajo o de compras, la elección de servicios sanitarios o de ocio. En todos estos casos, siempre el individuo sopesa de alguna manera el beneficio que la interacción le reporta (la compra de bienes en un establecimiento, por ejemplo), con los costes

que se derivan necesariamente de la superación de la distancia espacial entre su lugar de origen y el posible destino.

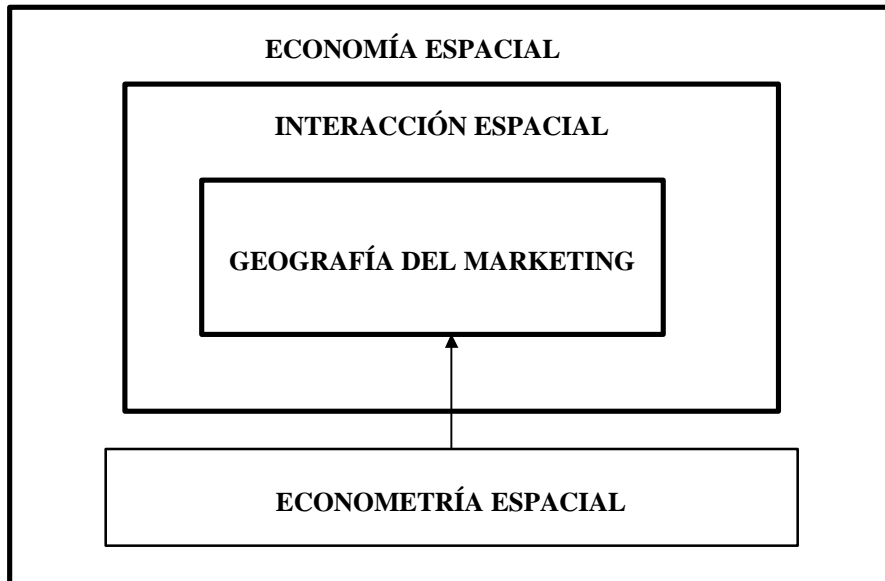


Fig. 1: Marco general en el que se encuadra la Tesina (Fte. Elaboración propia)

El marco en el que pretendemos encuadrar esta tesina es precisamente éste de la economía del espacio y de los fenómenos de interacción espacial, de un modo muy particular. Dado que el contenido de las interacciones son los flujos comerciales minoristas, podremos finalmente encuadrarlo en lo que se ha dado en llamar el **“geo-marketing”** o geografía del marketing.

En el análisis de las áreas de mercado de un establecimiento, la metodología geográfica juega un papel fundamental en este campo del marketing, ya que el análisis de las áreas de mercado supone la explicación y la predicción del comportamiento de los consumidores en el espacio. La probabilidad de que un consumidor elija un determinado centro comercial de entre un conjunto de ellos es función de la separación espacial entre el consumidor y dicho centro, de la separación espacial entre el centro y sus competidores, así como de las diferencias entre los atributos de los centros o de las variables de imagen. El análisis de las áreas de mercado trata, pues, de responder a la siguiente pregunta: **¿quién compra dónde?**

Así, en el contexto del Atlas Comercial de España, es posible encontrar una serie de municipios “cabeceras de área comercial” que, por su equipamiento comercial, atraen a otros municipios de su alrededor, determinando un área comercial o zona geográfica de influencia. De esta forma el **Área Comercial** podría definirse como “la extensión territorial (constituida por una serie de municipios) cuya población realiza sus compras de bienes o productos de uso no común, preferentemente en un núcleo central o cabecera de dicha área”. Esta definición, basada en la del Profesor Tagliacarne, debe matizarse incluyendo también la alimentación que se adquiere en los hipermercados, aunque ésta se considere, en general, como producto de “uso común”.

Las áreas comerciales son como “provincias económico-comerciales” las cuales raramente coinciden con las divisiones territoriales de carácter político-administrativo conocidas (provincias, comunidades autónomas, municipios, comarcas, etc.).

La **delimitación de las áreas/subáreas comerciales** y el estudio de la interacción competitiva a la que dan lugar sobre el espacio, puede llevarse a cabo mediante técnicas y modelos, más o menos sofisticados. Estos modelos presentan formas funcionales y variables (endógenas y exógenas) diversas, dando lugar a verdaderos grupos o “familias” de modelos, tal como se pone de manifiesto en esta tesina.

- A modo de síntesis, en esta primera parte de presentación de esta obra, la autora cree necesario precisar los **términos** que aparecen en el título de la tesina:

. **MODELOS**: aunque en esta obra se incluyen también enfoques y técnicas de carácter descriptivo-determinista, se ha dedicado una especial atención a los **modelos econométricos explicativo-estocásticos** aplicados a la determinación de áreas de mercado.

. **ÁREAS DE MERCADO**: aunque existen muchas definiciones de áreas de mercado dependiendo del enfoque adoptado en su determinación, en cualquier caso ya se ha expuesto que un área de mercado es la zona geográfica de influencia de un establecimiento o conjunto de establecimientos comerciales.

. **COMERCIO AL POR MENOR**: Se entiende por “*comercio al por menor*”, “*comercio minorista*” o “*comercio detallista*”, los establecimientos comerciales que venden directamente al consumidor los bienes y productos que se especifican en la Clasificación Nacional de Actividades Económicas (CNAE), del INE, como “ventas del comercio al por menor”. Esta clasificación incluye no sólo lo que se conoce como “pequeño comercio” o “comercio tradicional”, sino también otros establecimientos comerciales: supermercados, establecimientos de “hard-discount”, hipermercados, grandes almacenes, almacenes populares, grandes centros comerciales, etc.

- El **contenido** de la obra podría resumirse del modo siguiente:

Tras una primera introducción dedicada a la **dimensión espacial de la economía**, en el Capítulo II de la Tesina, se presentan por bloques temáticos, las técnicas y modelos de determinación de áreas de mercado del comercio detallista, que han sido divididos en dos grandes bloques o familias, que desarrollaremos más ampliamente a continuación: el **Enfoque Descriptivo-Determinista** (Capítulo III) y el **Enfoque Explicativo-Estocástico** (Capítulo IV), los cuales a su vez se dividen en varios enfoques y subgrupos de modelos.

En el Capítulo V se presentan los **Sistemas de Información Geográfica (SIG)**, que se han convertido en una poderosa herramienta informática de determinación y representación geográfica de los flujos espaciales. El **programa Tactician**, en concreto, ha sido diseñado para su aplicación al Marketing en la solución de problemas de localización y determinación de áreas de mercado, gracias a una compleja estructura informática que combina una cartografía digital adecuada, una gran base de datos y modelos de gravitación comercial.

A continuación, en el Capítulo VI, se presenta la obra “**Atlas Comercial de España**”: su desarrollo, utilidad y aplicaciones de algunos modelos. También se propone, como aportación, un **proceso de actualización de áreas de mercado**, utilizando modelos de gravitación comercial y el método de encuesta. Además se incluye también, como **aplicación**, la estimación del *Modelo Logit de Destinos Competitivos*, de Fotheringham, a las subáreas comerciales de la Comunidad de Madrid, y se compara la eficacia de dicho modelo con el Modelo de Huff.

Existe un capítulo de **Conclusiones**, el Capítulo VII, en el que, entre otras cuestiones, se exponen las principales **líneas de investigación futura**.

Por último, en el **Anexo**, se expone una relación sistematizada de todos los modelos presentados en la obra, con una referencia de página y un breve resumen para cada uno de ellos. Esta obra lleva incorporado también un **Diskette** en el que se incluyen los cálculos y tablas correspondientes a la estimación-aplicación del citado Modelo Logit de Destinos Competitivos para todo aquél interesado en conocer los datos en su totalidad; el contenido de este diskette viene explicado en un apartado especialmente dedicado a ello. El apartado final de la obra es dedicado a la **Bibliografía**.

Como ya se ha dicho, las técnicas y modelos de determinación de áreas de mercado minoristas pueden dividirse en **dos grandes familias de modelos**: el Enfoque Descriptivo-Determinista y el Enfoque Explicativo-Estocástico (ver Fig. 2).

## 2. ENFOQUE DESCRIPTIVO-DETERMINISTA

Esta familia de modelos incluye todas aquellas técnicas y modelos encaminados a la determinación de las áreas de mercado del comercio minorista, sin pretender explicar los motivos por los cuales se producen dichas áreas, a diferencia de otros enfoques, más centrados en la búsqueda de variables determinantes de los flujos comerciales y del comportamiento del consumidor. Este Enfoque está constituido por un conjunto de técnicas y modelos, en general caracterizados por poco apoyo estadístico-matemático que, tomando como centro el establecimiento comercial, determinan su área comercial unas veces a partir de la observación empírica, como es el caso de las **Técnicas de Observación Empírica**, otras veces a partir de hipótesis más o menos simplistas acerca del comportamiento de los consumidores, como es el caso del **Enfoque de los Supuestos Normativos**, y otras veces como resultado de la aplicación de **Modelos** deterministas de **Gravitación Comercial**.

a) Las **Técnicas de Observación Empírica** están basadas en la observación y en la cuantificación de las áreas comerciales y comprende la técnica de las **Áreas Comerciales Primarias** de Applebaum (1961) y los desarrollos posteriores de Koshaka (1992, 1993) sobre la densidad de demanda.

b) El **Enfoque de los Supuestos Normativos**, que se fundamenta en supuestas normas de conducta de los consumidores respecto al tiempo de viaje, incluye la **Teoría de los Lugares Centrales**, de Christaller (1935) y Losch (1954), y los **Polígonos Thiessen** (1911) aplicados, en 1984, por Jones y Mock. Estas técnicas proporcionan una rica perspectiva teórica al estudio de las áreas de mercado. En concreto, la Teoría de los Lugares Centrales ha causado un fuerte interés en los estudios referentes a la localización de los establecimientos; sin embargo, respecto al modo como que se construyen las áreas de mercado, esta teoría tiene poco valor debido a la hipótesis de que los consumidores realizan sus compras en el almacén más cercano a su residencia, hipótesis altamente rechazable especialmente en zonas densamente pobladas. Esta crítica sería también extensible a los Polígonos Thiessen, que se fundamentan en la misma hipótesis.

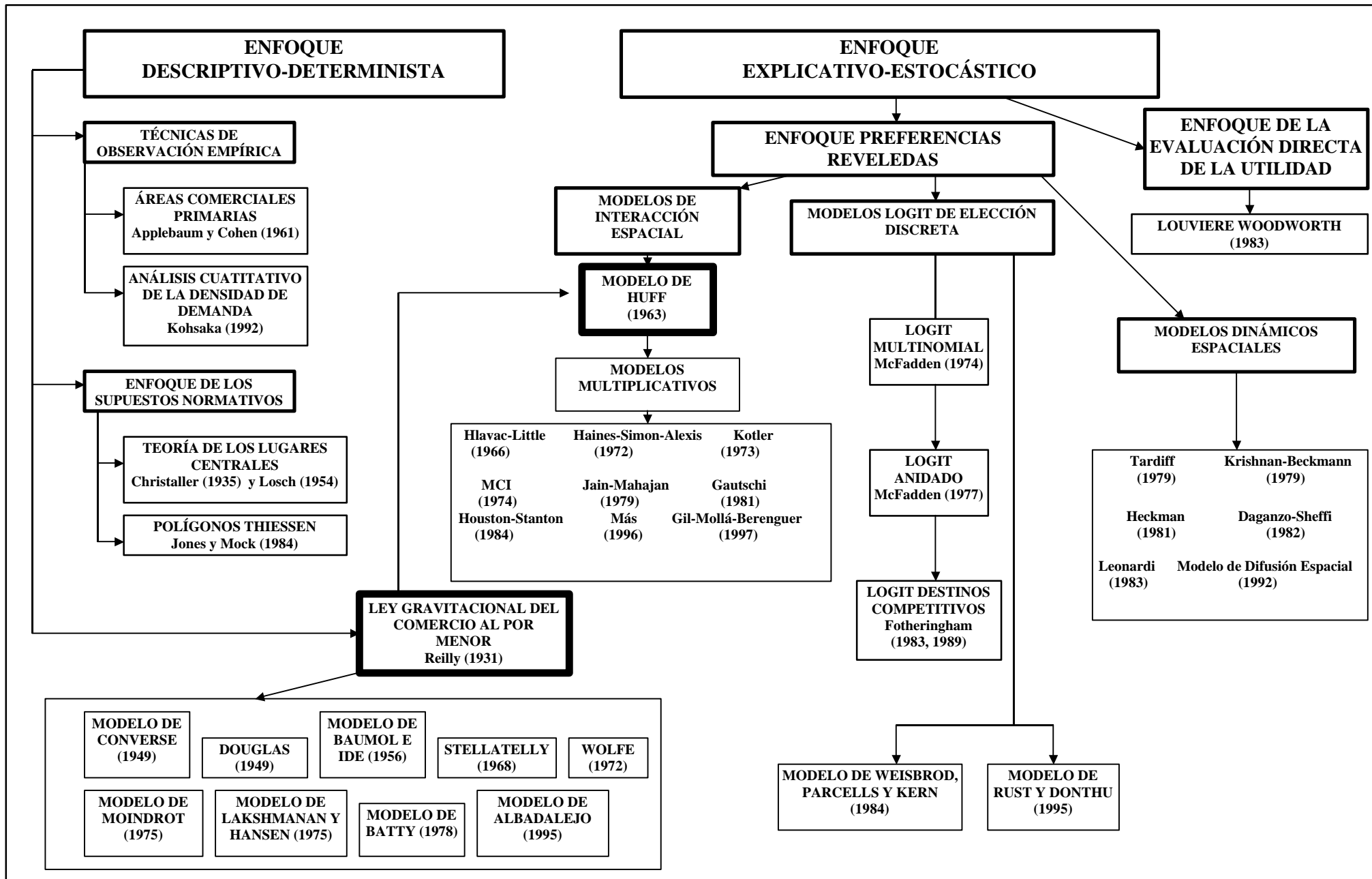


Fig.2: Modelos de determinación de áreas de mercado del comercio al por menor (Fte. Elaboración propia)

c) El **Modelo de Reilly (1931)**, junto con la familia de modelos derivados directamente de esta expresión, supone una revolución en el análisis de los flujos comerciales, introduciendo los llamados **Modelos de Gravitación** al estudio de los flujos del comercio minorista. Los modelos de gravitación son una analogía de la Ley de Gravitación Universal, del físico Isaac Newton.

$$F_{ij} = c \left[ M_i \frac{M_j}{D_{ij}^2} \right]$$

donde:  $F_{ij}$ : fuerza de gravitación, situada entre dos masas, separadas por la distancia,  
 $M_i, M_j$ : masas  
 $D_{ij}$ : distancia entre i,j  
 c: constante.

Los modelos de gravitación son modelos deterministas, estimados a partir de datos empíricos, que se fundamentan en la dinámica compensatoria de dos variables: una variable “masa” o de atracción (que es la población de las localidades que atraen comercialmente) y otra variable “fricción” de retraimiento (que es la distancia o tiempo de viaje que separa cada punto intermedio del espacio de las dos localidades de atracción).

El modelo de Reilly es un modelo determinista y expresa que las ventas que dos localidades (a y b) atraen de una localidad intermedia, son directamente proporcionales a sus poblaciones e inversamente proporcionales al cuadrado de las distancias entre la localidad intermedia y las dos localidades consideradas. La ley de Reilly pone de manifiesto que la decisión de comprar en un establecimiento comercial concreto no sólo es función de la distancia que lo separa de la residencia del individuo (tal como pretende la Teoría de los Lugares Centrales), sino que en esta decisión también juega un importante papel el poder de atracción de dicho establecimiento comercial.

$$\frac{V_a}{V_b} = \left( \frac{P_a}{P_b} \right)^1 * \left( \frac{D_b}{D_a} \right)^2$$

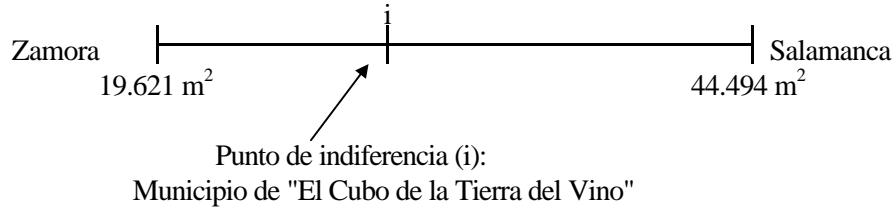
$V_a$ : importe de las ventas que la localidad "a" atrae de una localidad intermedia "t"  
 $V_b$ : importe de las ventas que la localidad "b" atrae de una localidad intermedia "t"  
 $P_a$ : Población de la localidad "a"  
 $P_b$ : Población de la localidad "b"  
 $D_a$ : Distancia de la localidad "a" a la localidad "t"  
 $D_b$ : Distancia de la localidad "b" a la localidad "t"

Posteriormente, **Converse (1949)** presenta un modelo, derivado de la expresión de Reilly que permite la determinación del punto de indiferencia (o equiprobabilidad) entre dos ciudades o centros comerciales, tal como puede apreciarse en el ejemplo siguiente (extraído del “Anuario Comercial de España 1997”):

Equipamiento comercial del municipio de Zamora: 19.621 m<sup>2</sup>  
 Equipamiento comercial del municipio de Salamanca: 44.494 m<sup>2</sup>  
 Distancia entre Zamora y Salamanca: 62 Kms.  
 $D_{zs}$ : distancia del municipio de Zamora al punto de indiferencia i, o lo que es lo mismo, límite del área comercial de Zamora y del área comercial de Salamanca.



$$D_{cs} = \frac{62}{1 + \sqrt{\frac{44.494}{19.621}}} = 25$$



Este punto de indiferencia “i”, se sitúa a lo largo de la línea o carretera que une las localidades a y b (Zamora y Salamanca). Según este modelo, el punto de indiferencia se situará justo a mitad de camino de ambas ciudades cuando la población o el equipamiento comercial total de ellas sea idéntico.

Los estudios de W. Reilly dan origen a una importante línea de investigación, en la que prima el deseo de generalizar su Modelo, de forma que las áreas de mercado puedan ser completamente determinadas, a partir de múltiples puntos de indiferencia (Douglas, 1949; Batty, 1978; Albadalejo, 1995). El Modelo de Reilly es considerado como un hito en la historia del estudio de las áreas de mercado del comercio al por menor, siendo el inspirador de la mayoría de los investigadores del geo-marketing.

Las técnicas y modelos del Enfoque Descriptivo-Determinista han sido los más **universalmente utilizados** en el estudio del fenómeno de atracción detallista. La mayoría de ellos son métodos relativamente sencillos, intuitivos y fáciles de llevar a cabo en cualquier circunstancia. Sin embargo, ya se ha expuesto que estas técnicas y modelos son muy criticados debido precisamente a su simplicidad y a la **ausencia** de una adecuada **base teórica** que fundamente sus postulados.

En concreto, el Enfoque de Supuestos Normativos y los Modelos Gravitatorios derivados del Modelo de Reilly suponen una **conducta económica racional**, donde el proceso de elección es determinista. Esto ha sido criticado tanto desde el campo de la psicología como de la economía, ya que el individuo no está seguro de la alternativa a elegir, ni siquiera de si tomará la misma decisión bajo condiciones aparentemente idénticas. Tal conducta irracional de elección conduce a considerarla como un proceso probabilístico, surgiendo la línea de investigación de Preferencias Reveladas basada, en parte, en la teoría de la elección discreta.

Por eso, parece más adecuado enfocar el modelo de determinación de áreas de mercado desde la perspectiva de los consumidores, atendiendo con más cuidado a la búsqueda de adecuadas variables explicativas del comportamiento del consumidor, entrando así en el Enfoque Explicativo-Estocástico de los modelos probabilísticos de elección

### 3. ENFOQUE EXPLICATIVO-ESTOCÁSTICO

David Huff introduce el que hemos denominado **Enfoque Explicativo-Estocástico**, caracterizado por la utilización de los modelos probabilísticos de elección, fundados en el **Axioma de Utilidad de Luce** (1959), los cuales permiten la introducción y el estudio de nuevas

variables influyentes en la decisión individual de elección de un establecimiento comercial. Además, el modelo de Huff tiene en cuenta también la competencia, factor muy importante en la determinación del área comercial de un establecimiento.

$$P_{ij} = \frac{U_{ij}}{\sum_{k=1}^n U_{ik}}$$

donde:  $P_{ij}$ : probabilidad de que un consumidor  $i$  visite la tienda  $j$   
 $U_{ij}$ : utilidad del establecimiento  $j$  para el consumidor  $i$   
 $n$ : número de tiendas consideradas por el consumidor.

Esta gran familia de modelos se caracteriza por incluir modelos compensatorios de probabilidad, con una importante base estadístico-econométrica, cuyo centro se encuentra en el individuo y no en el establecimiento comercial. Estos modelos, a su vez, se agrupan en dos grandes enfoques: el Enfoque de las Preferencias Reveladas y el Enfoque de Evaluación Directa de la Utilidad.

**A) ENFOQUE DE LAS PREFERENCIAS REVELADAS**

Esta familia de modelos incluye, a su vez, tres grandes grupos de modelos: los Modelos de Interacción Espacial, los Modelos Logit de Elección Discreta y los Modelos Dinámicos Espaciales, que se caracterizan por ser modelos estocásticos y compensatorios, que explican los flujos comerciales minoristas en función de variables relativas al punto de origen y de destino, cuyos datos son extraídos a partir de las “preferencias” expresadas por una muestra de consumidores relativas a establecimientos comerciales ya existentes. Éste ha sido también un enfoque muy desarrollado.

**1.- Modelos de Interacción Espacial**

Los Modelos de Interacción Espacial son aplicados a la determinación de las áreas de mercado minoristas a partir del Modelo de Huff y caracterizados por ser modelos multiplicativos y competitivos.

A partir de los modelos de Reilly y de Converse, es **David Huff** (1963) quien abre una nueva perspectiva en los modelos de gravitación comercial: la estructuración de un modelo en el que son los consumidores, y no los establecimientos comerciales, el centro de atención. Según Reilly, los almacenes son los que ejercen atracción sobre los consumidores; Huff pone de manifiesto un enfoque más realista, al considerar que son los consumidores los que deciden, con mayor o menor probabilidad, comprar en unos determinados centros comerciales.

Presentamos un ejemplo de aplicación del Modelo de Huff en el “Anuario Comercial de España 1997”; este caso pertenece también a la Comunidad de Castilla y León. Se trata del estudio sobre la gravitación comercial del municipio de **Villagómez la Nueva** (Valladolid), situado entre tres importantes cabeceras de área: Valladolid, Palencia y León.

- Municipio de Valladolid: 114.579 m<sup>2</sup> (de grandes y medianas superficies)
- Municipio de Palencia: 31.985 m<sup>2</sup> (de grandes y medianas superficies)
- Municipio de León: 59.754 m<sup>2</sup> (de grandes y medianas superficies)
- Tiempo de viaje entre el municipio de Villagómez la Nueva y el de Valladolid:  
62 minutos

Tiempo de viaje entre el municipio de Villagómez la Nueva y el de Palencia:  
46 minutos

Tiempo de viaje entre el municipio de Villagómez la Nueva y el de León:  
51 minutos

$P_{vv}$  : Probabilidad de que el consumidor medio del municipio de Villagómez la Nueva realice sus compras más importantes en Valladolid

$P_{vp}$  : Probabilidad de que el consumidor medio del municipio de Villagómez la Nueva realice sus compras más importantes en Palencia

$P_{vl}$  : Probabilidad de que el consumidor medio del municipio de Villagómez la Nueva realice sus compras más importantes en León

$$P_{vv} = \frac{114.579 * 62^2}{114.579 * 62^2 + 31.985 * 46^2 + 59.754 * 51^2} = 0.44$$

Como puede apreciarse, el Modelo de Huff puede ser especificado utilizando el *tiempo de viaje*, como variable de fricción, en lugar de la distancia entre dos puntos. De los resultados obtenidos se deduce que, por cada 100 desplazamientos efectuados por el consumidor “i” a otros establecimientos similares para realizar determinadas compras, 43 los realizan al establecimiento “a” y 57 a las dos tiendas restantes (“b” y “c”). O dicho de otra forma, el consumidor “i” gravita comercialmente un 43 % de las veces al establecimiento “a”, un 39 % a “b” y un 18 % a “c”.

El Modelo de Huff (1963), al igual que el Modelo de Reilly (1931), es también considerado como un hito en la historia de los modelos de determinación de áreas de mercado del comercio detallista. A partir de este modelo, surgen muchos otros modelos aplicados a distintas situaciones de elección, que suelen ser denominados como Modelos Multiplicativos, de los cuales, en esta tesina, se han seleccionado aquéllos que consideramos constituyen una aportación, tanto en cuanto a la forma funcional y al método de estimación econométrica que proponen, como en cuanto al estudio que realizan de aquellas variables consideradas como determinantes de los flujos comerciales.

De todos ellos, el modelo más conocido y el que quizá más influencia ha ejercido en los estudios futuros, ha sido el **Modelo Multiplicativo de Interacción Competitiva**, de Nakanishi y Cooper.

$$p_{ij} = \frac{\prod_{k=1}^q X_{kij}^{\beta_k} \zeta_{ij}^*}{\sum_{j=1}^m \prod_{k=1}^q X_{kij}^{\beta_k} \zeta_{ij}^*}$$

donde:  $P_{ij}$ : probabilidad de que un consumidor residente en la situación de elección i seleccione el objeto j

$X_{kij}$ : k-ésima variable característica del objeto j, en una situación de elección i

q: total de variables explicativas,  $X_{ij}$ , incluidas en el modelo

m: total de objetos j susceptibles de elección

$\beta$ : parámetro de sensibilidad de  $P_{ij}$  respecto a la variable k.

$\zeta_{ij}^*$ : término de error de especificación.

Estos autores, en 1974, lograron linealizar este modelo, demostrando que era posible estimar sus parámetros por el método de mínimos cuadrados ordinarios, superando otros métodos de estimación, como el método de ajuste iterativo. Y lo hicieron del modo siguiente:

$$y_{ij} = \sum_{k=1}^q \beta_k z_{kij} + \varepsilon_{ij}$$

donde:  $y_{ij} = \log\left(\frac{\pi_{ij}}{\pi_i}\right)$ ;  $z_{kij} = \log\left(\frac{X_{kij}}{X_{ki}}\right)$ ;  $\zeta_{ij} = \log\left(\frac{\zeta_{ij}^*}{\zeta_i}\right)$

siendo:  $\bar{\pi}_i = \left[\prod_{j=1}^m \pi_{ij}\right]^{\frac{1}{m}}$ ;  $\bar{x}_{ki} = \left[\prod_{j=1}^m x_{kij}\right]^{\frac{1}{m}}$ ;  $\bar{\zeta}_i^* = \left[\prod_{j=1}^m \zeta_{ij}^*\right]^{\frac{1}{m}}$

## 2.- Modelos Logit de Elección Discreta

Los Modelos Logit de Elección Discreta constituyen el segundo grupo de modelos componentes de la familia del Enfoque de Preferencias Reveladas. Estos modelos están fundamentados en la Teoría de la Elección Discreta y también continuadores, en alguna medida, del Modelo de Huff, son considerados como los más apropiados para expresar situaciones de elección.

El **MODELO LOGIT MULTINOMIAL DE MCFADDEN** (1974) se aplica a casos en los que la variable endógena presente varios estados: en vez de la simple dicotomía (0,1) propia de los modelos logit bivariantes, en este caso existen más de dos posibles estados.

$$P_{ij} = \frac{\exp(V_{ij})}{\sum_{k=1}^n \exp(V_{ik})}$$

donde:  $V_{ij}$ : utilidad observable de que un individuo situado en el lugar  $i$  visite el establecimiento  $j$ , y que según Lancaster (1966) es función tanto de las características del establecimiento en cuestión como de las del individuo.

Este modelo tiene tres propiedades:

1.- Considera que la elección de un establecimiento comercial por parte de un consumidor **no es un proceso jerárquico de elección espacial**. Es decir, presupone que el proceso de selección de un establecimiento comercial particular por parte de los consumidores consiste en la evaluación y comparación simultáneas de todos los establecimientos existentes en el espacio.

2.- La **propiedad de la Independencia de las Alternativas Irrelevantes**. Se trata, en realidad, de un defecto propio de este tipo de modelos a la hora de su aplicación al campo del marketing y de los flujos comerciales.

Para entender mejor esta propiedad, consideremos el sistema comercial de la Fig. 3, de modo que cada alternativa de compra son supermercados. Supongamos que la probabilidad de que el individuo  $i$  seleccione el supermercado 4 es tres veces mayor que la probabilidad de que seleccione el supermercado 6. Si se construyera un nuevo supermercado inmediatamente adyacente al establecimiento 4, entonces, a causa de los efectos diferenciales de la competencia, sería lógico pensar que el nuevo establecimiento reduciría la probabilidad de elección del

supermercado 4 en mayor medida que reduciría la probabilidad de elección de 6. Sin embargo, la propiedad IIA impide que dicho efecto pueda ser adecuadamente recogido por el modelo.

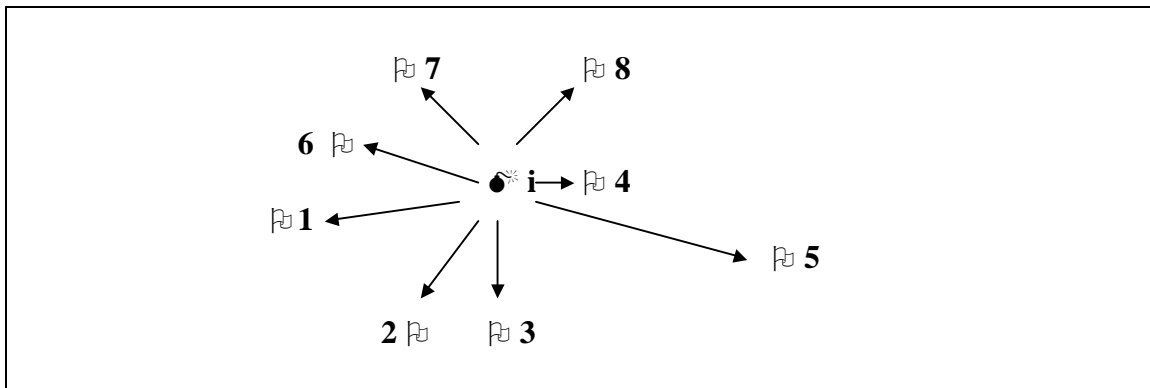


Fig. 3: El problema de la elección espacial (A.S. Fotheringham y M.E. O’Kelly, 1989)

Efectivamente, la introducción de una nueva alternativa de compra en un modelo que ha sido estimado a partir de una configuración inicial de alternativas, produciría un incremento en el denominador de la expresión y, por consiguiente, una disminución en la probabilidad final de compra de cada uno de los  $j$  establecimientos comerciales; pero esta disminución no guarda la debida proporción, de acuerdo con la localización espacial relativa entre las distintas alternativas en el espacio.

3.- Propiedad de la **regularidad de la elección espacial**: en el Modelo Logit Multinomial, observamos que la aparición de una nueva alternativa de compra en el espacio produce la disminución en la probabilidad  $P_{ij}$  de que el consumidor  $i$  elija un establecimiento  $j$  (el denominador se incrementa, permaneciendo constante el numerador). Sin embargo, en situaciones de elección de establecimientos comerciales es frecuente que la apertura de una nueva tienda en, por ejemplo, una calle comercial, aumente la clientela de las tiendas existentes en dicha calle (debido al **efecto agrupación**). Pues bien: el Modelo Logit Multinomial no puede recoger este efecto.

El **MODELO LOGIT ANIDADO**, también de McFadden (1977), constituye un intento de solución a alguno de los problemas expuestos anteriormente. Se trata de un modelo derivado del Modelo Logit Multinomial, partiendo de los siguientes **supuestos**: que los individuos procesan la información jerárquicamente y que el modelizador conoce el modo cómo se forma dicha jerarquía en la mente de los consumidores.

Este sería el caso, por ejemplo, de un consumidor que vive en una gran ciudad y que desea comprar ropa. Es muy improbable que este consumidor tenga la capacidad o el tiempo de poder evaluar todas las tiendas de ropa existentes en su ciudad. Lo más seguro es que haga una selección inicial de un grupo de establecimientos, un barrio o una calle comercial por ejemplo, y que luego elija una o varias tiendas de ese grupo o cluster. Una vez elegida la calle comercial, la pertenencia del cluster  $M$ , que es el conjunto de tiendas de ropa existentes en la calle seleccionada, es conocida con certeza. Cualquier otra alternativa fuera del cluster  $M$  tendrá utilidad cero para dicho consumidor.

$$P_{iM} = \frac{\exp(V_{iM}) \left[ \sum_{j \in M} \exp(V_{ij}) \right]^{\sigma}}{\sum_N \exp(V_{iN}) \left[ \sum_{j \in N} \exp(V_{ij}) \right]^{\sigma}}$$

donde  $P_{iM}$ : Probabilidad de que el individuo  $i$  seleccione el cluster de elección  $M$ .  
 $\sum_{j \in M} \exp(V_{ij})$ : valor inclusivo que describe el atractivo del cluster  $M$ , el cual es, a su vez, resultado de las alternativas individuales incluidas en dicho cluster.  
 $\sigma$ : parámetro que refleja el grado en que los individuos procesan la información de un modo jerárquico.

En el modelo,  $\sigma$  es un parámetro que refleja el grado en que los individuos procesan la información de un modo jerárquico: cuando  $\sigma = 1$ : los individuos no realizan sus elecciones espaciales de modo jerárquico, aunque sí evalúan todas las alternativas antes de hacer su elección. En este caso, el modelo logit anidado y el modelo logit multinomial son equivalentes. Cuando  $0 \leq \sigma \leq 1$ : el proceso de elección es, en alguna medida, jerárquico.

En los casos en que sea fácil definir los clusters de alternativas, como en la elección no-espacial (bebidas de cola-bebidas de no cola, cafés descafeinados-café no descafeinado,...), la aplicación del modelo logit anidado puede realizarse con relativa confianza. En el caso de elección espacial, en el uso del modelo logit anidado no siempre son conocidos los clusters de alternativas. Imaginemos, por ejemplo, el mapa mental de las tiendas de vestido y calzado existentes en una gran ciudad. Al consumidor no le será difícil tener una primera impresión acerca de los distintos barrios comerciales; lo que no tendrá tan claro el modelizador es dónde se encuentran los límites de dichos barrios.

La difuminación del espacio crea varios problemas para la aplicación de los modelos logit anidados a la elección espacial: dado que el espacio es una variable continua y no discreta, la composición de los clusters suele ser menos clara que en el caso de elección no espacial, por lo que al modelizador no le queda más remedio que “adivinar” la pertenencia a los clusters de cada uno de los establecimientos comerciales.

Es claro, por todo esto, que el modelo logit anidado se puede aplicar sólo a situaciones de elección en donde la composición de los clusters sea conocida por el modelizador. Pese a que existen algunos tipos de elección espacial en donde esta información se encuentra disponible, la mayoría de las veces los clusters espaciales no son fácilmente identificables y la aplicación del modelo logit anidado conllevaría una gran dosis de subjetividad y de probable error.

Mientras que los modelos logit multinomial y logit anidado de elección discreta, en su mayor parte, han sido desarrollados y evaluados en situaciones de elección no-espacial, el **MODELO LOGIT DE DESTINOS COMPETITIVOS**, de Fotheringham (1983) y de Fotheringham y O’Kelly (1989), es una derivación de consideraciones puramente espaciales. Este modelo pretende ser una vía de superación de los problemas de los modelos logit multinomial y anidado.

El modelo logit de destinos competitivos parte de dos supuestos:

- Existe un límite para la capacidad humana de procesar grandes cantidades de información y, por eso, la elección espacial es el resultado cierto de una **estrategia jerárquica de información-procesamiento** en la que, en primer lugar, se selecciona un cluster de alternativas.

- Dada la naturaleza continua del espacio, la **composición de los clusters** espaciales percibidos por los consumidores, es a menudo **desconocida** para el modelizador, de modo que, en el modelo, cada función de utilidad de las alternativas es ponderada por la probabilidad de que esa alternativa sea evaluada por un individuo. El modelo logit de destinos competitivos generaliza además los modelos logit multinomial y logit anidado, considerados como **casos particulares** del primero.

$$P_{ij} = \frac{\exp(V_{ij}) \cdot p_i(j' \in M)}{\sum_j \exp(V_{ij}) \cdot p_i(j \in M)}$$

donde  $p_i(j \in M)$ : probabilidad de que el individuo  $i$  perciba la alternativa  $j$  como perteneciente al cluster  $M$ .

El mayor **problema** de este modelo es la necesidad de **definir  $p_i(j \in M)$** , es decir, la probabilidad de que la alternativa  $j$  se encuentre en el cluster de elección. Existen dos aproximaciones que miden esta expresión; la más aplicable a situaciones de elección espacial se fundamenta en que cuanto más próximas se encuentren las alternativas en el espacio geográfico, más fácilmente podrán sustituirse las unas por las otras. Por eso, la **localización relativa** de una alternativa respecto de todas las demás afecta a sus posibilidades de ser incluida en un conjunto de elección. Fotheringham (1983) sugiere medir la expresión  $p_i(j \in M)$  de esta manera, utilizando la suma de las distancias, entre cada una de las alternativas y las demás, ponderadas por el tamaño de cada alternativa, del modo siguiente:

$$P_{ij} = \frac{\exp(V_{ij}) \cdot C_j^\theta}{\sum_j \exp(V_{ij}) \cdot C_j^\theta}$$

donde  $C$ : medida de centralidad, que se expresa como:

$$C_j^\theta = p_i(j' \in M) = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{j' \neq j} \frac{w_{j'}}{d_{jj'}} \right]^\theta$$

siendo  $w_j$ : peso de la alternativa  $j$   
 $d_{jj'}$ : distancia entre dos alternativas  $j'$  y  $j$   
 $\theta$ : parámetro de la variable  $C$

El **signo de  $\theta$** , que es el parámetro de la variable “ $C$ ” de localización relativa o “**variable de centralidad**”, puede ser positivo o negativo, dependiendo del contexto empírico en el cual el modelo de elección sea estimado.

- Si la atracción de un cluster aumenta de forma exponencial a medida que el número de alternativas que lo componen aumenta,  $\theta$  será **positiva**, reflejando algún tipo de **efecto agrupación** en el mercado, de forma que cuanto más cerca se encuentre una nueva alternativa  $j'$  de las demás alternativas, mayor probabilidad tendrá de ser elegida.

- Y, al contrario: si la atracción del cluster aumenta en forma logarítmica con su tamaño,  $\theta$  será **negativa**, reflejando algún tipo de **relación competitiva** en el mercado, de forma que las alternativas más cercanas al resto tendrán menor probabilidad de ser elegidas que las alternativas situadas en lugares periféricos.

### **3.- Modelos Dinámicos Espaciales**

Finalmente, los **Modelos Dinámicos Espaciales** constituyen el tercer grupo de modelos del Enfoque de las Preferencias Reveladas los cuales, partiendo de los fundamentos teóricos de los Modelos de Interacción Espacial y de los Modelos Logit de Elección Discreta, incorporan el tiempo a la modelización, analizando la **evolución espacio-temporal de las áreas** de mercado. Aunque estos modelos han sido fundamentalmente aplicados a problemas de elección de transporte, lugar de residencia, etc., cada vez existen más aplicaciones de modelos dinámicos a la elección espacial del comercio detallista. En concreto, se desarrolla en esta tesina con más extensión el **Modelo de Difusión Espacial de Áreas de Mercado**, de Allaway, Black, Richard y Mason (1992), basado en la Teoría de la Difusión, que estudia la **evolución espacio-temporal** de las áreas de mercado del comercio al por menor.

Estos autores ponen de manifiesto que las áreas de mercado de los nuevos establecimientos comerciales evolucionan rápida o lentamente hacia una situación de equilibrio y que el ritmo de crecimiento puede tener importantes consecuencias e implicaciones. A los empresarios, de un modo especial, les interesa conocer la **velocidad de crecimiento** del área de mercado de un nuevo establecimiento comercial (su progresiva extensión en el espacio y su grado de aceptación en el tiempo), pues afectan tanto a la política de inversiones como al estudio de la competencia.

## **B) ENFOQUE DE LA EVALUACIÓN DIRECTA DE LA UTILIDAD**

Se trata de la segunda familia de modelos perteneciente al Enfoque Explicativo-Estocástico. La principal diferencia entre estos modelos y el Enfoque de las Preferencias Reveladas se encuentra en el modo cómo es evaluada la función de utilidad de los establecimientos comerciales: a partir de las “preferencias reveladas” por una muestra de consumidores acerca de centros comerciales ya existentes o mediante una “evaluación directa” de establecimientos reales o simulados, utilizando la técnica de **Análisis Conjunto (“Conjoint”)**. Los autores que más han desarrollado este enfoque han sido Louviere y Woodworth.

Este Enfoque viene a solucionar un problema propio de los modelos de preferencias reveladas: su **dependencia de contexto**. Es decir, que los parámetros estimados en estos modelos reflejan las características de los establecimientos comerciales existentes en el área considerada. De este modo, los parámetros correspondientes a variables o características en las cuales los establecimientos existentes no difieran mucho tendrán un valor absoluto más bajo. Esto no querrá decir, sin embargo, que estas características no sean importantes para los consumidores, sino que, debido a la similitud existente entre los establecimientos comerciales, éstos tendrán en cuenta otras variables para discriminar entre ellos.

Esta propiedad tiene implicaciones importantes en la **predicción** de nuevos establecimientos, ya que la cuota de mercado estimada no será significativa en el caso en que surjan establecimientos comerciales nuevos en el mercado y éstos tengan características sensiblemente diferentes de los anteriores.



#### 4. APLICACIONES EN EL ATLAS COMERCIAL DE ESPAÑA

Tal como ya se ha expuesto al comienzo, esta Tesina es el fruto del trabajo de investigación desarrollado por la autora en el Proyecto “Atlas Comercial de España”, del Instituto Lawrence R. Klein, y su objetivo fundamental es profundizar y mejorar en la metodología empleada en la determinación de las áreas comerciales. Por este motivo, las aplicaciones que se presentan tienen como campo las áreas y subáreas comerciales de España. Además, se propone un **proceso de determinación/actualización de áreas comerciales**, aplicado a las áreas comerciales de la Comunidad de Madrid, utilizando modelos de gravitación comercial y el método de encuesta. Para ello, se ha **estimado y aplicado un Modelo Logit de Destinos Competitivos** y se ha comprobado su eficacia en la determinación de los flujos minoristas interurbanos, una eficacia similar a la demostrada por el Modelo de Huff.

##### 1.- Estimación del Modelo Logit de Destinos Competitivos

Este modelo fue estimado con datos extraídos del Atlas Comercial de España 1994, que reflejaba la situación de las áreas comerciales a **1 de enero de 1994**.

Madrid capital es una cabecera de área que atrae a muchos municipios pertenecientes no sólo a la Comunidad de Madrid, sino a otras provincias: Segovia, Avila, Toledo, Ciudad Real, Cuenca y Guadalajara. En el interior de esta área comercial hay ciertos municipios, cabeceras de subárea, que también atraen comercialmente a otros municipios limítrofes; estos municipios gravitan comercialmente en parte sobre su propia cabecera de subárea y en parte sobre Madrid.

Al 1 de enero de 1994 existían en el Area Comercial de Madrid las siguientes subáreas: Alcobendas-San Sebastián de los Reyes, Majadahonda-Las Rozas, Alcorcón-Móstoles, Leganés-Getafe, Aranjuez-Ocaña, Quintanar de la Orden, Tarancón y Alcalá de Henares. Son cinco bicabeceras de subárea y tres cabeceras de subárea; todas ellas situadas en el interior de la Comunidad de Madrid, con la excepción de Ocaña (Toledo), Quintanar de la Orden (Toledo) y Tarancón (Cuenca). Además existe en el área comercial de Madrid un gran número de municipios que no pertenecen a ninguna de las referidas subáreas; son los llamados municipios con **gravitación directa**, pues realizan sus compras directamente en la cabecera de área (en este caso, en Madrid capital), sin compartirlas con otros municipios cabecera de subárea.

- Para la estimación del modelo se ha tomado una muestra de **104 municipios** pertenecientes a la Comunidad de Madrid. En el Atlas Comercial de España, los flujos comerciales suelen ser determinados fundamentalmente mediante la aplicación de los modelos de Reilly y Huff. Últimamente, como ya se ha indicado, venimos aplicando también el Modelo Logit de Destinos Competitivos que es el que se expone a continuación, dada la utilidad de este modelo en situaciones de elección espacial.

$$P_{ij} = \frac{\text{Discab94}_j \text{ EXP } (b_1 \text{ Distan94}_{ij} + b_2 \text{ Supvta94}_j)}{\sum_{j=1}^J \text{Discab94}_j \text{ EXP } (b_1 \text{ Distanc94}_{ij} + b_2 \text{ Supvta94}_j)}$$

- donde  $P_{ij}$ : probabilidad de que el punto de origen i se dirija al punto de destino j (habiendo en total J puntos de destino)
- Discab: variable de centralidad
- Distan94: distancia entre cada municipio y las distintas cabeceras de atracción
- Supvta94: superficie de venta de los centros comerciales.

La matriz completa de datos, así como los resultados obtenidos, se ofrece en el diskette que se adjunta a esta obra.

La estimación de los parámetros de las variables del modelo ha sido realizada a través del **método de máxima verosimilitud**, dado que no existen observaciones repetidas en el modelo, con el programa de ordenador LIMDEP, versión 6.0. Ofrecemos en la Fig. 5 los resultados obtenidos:

|                              |                              |                 |                    |                   |                |                  |
|------------------------------|------------------------------|-----------------|--------------------|-------------------|----------------|------------------|
| Discrete Choice Model        |                              |                 |                    |                   |                |                  |
| Maximum Likelihood Estimates |                              |                 |                    |                   |                |                  |
|                              |                              |                 |                    |                   |                |                  |
|                              | Log-Likelihood.....          |                 |                    |                   |                | -29.919          |
|                              | Restricted (Slopes=0) Log-L. |                 |                    |                   |                | -146.950         |
|                              | Chi-Squared ( 3).....        |                 |                    |                   |                | 234.062          |
|                              | Significance Level.....      |                 |                    |                   |                | 0.000            |
| <b>¡Error!</b>               | <b>Marcador no definido.</b> | <b>Variable</b> | <b>Coefficient</b> | <b>Std. Error</b> | <b>t-ratio</b> | <b>Prob t =x</b> |
|                              |                              |                 |                    |                   |                |                  |
|                              |                              | DISCAB94        | -1.8223            | .9842             | -2.300         | .01100           |
|                              |                              | SUPVTA94        | 0.78662E-05        | .3049E-05         | 2.580          | .00988           |
|                              |                              | DISTAN94        | -0.96947E-01       | .1584E-01         | -6.119         | .00000           |

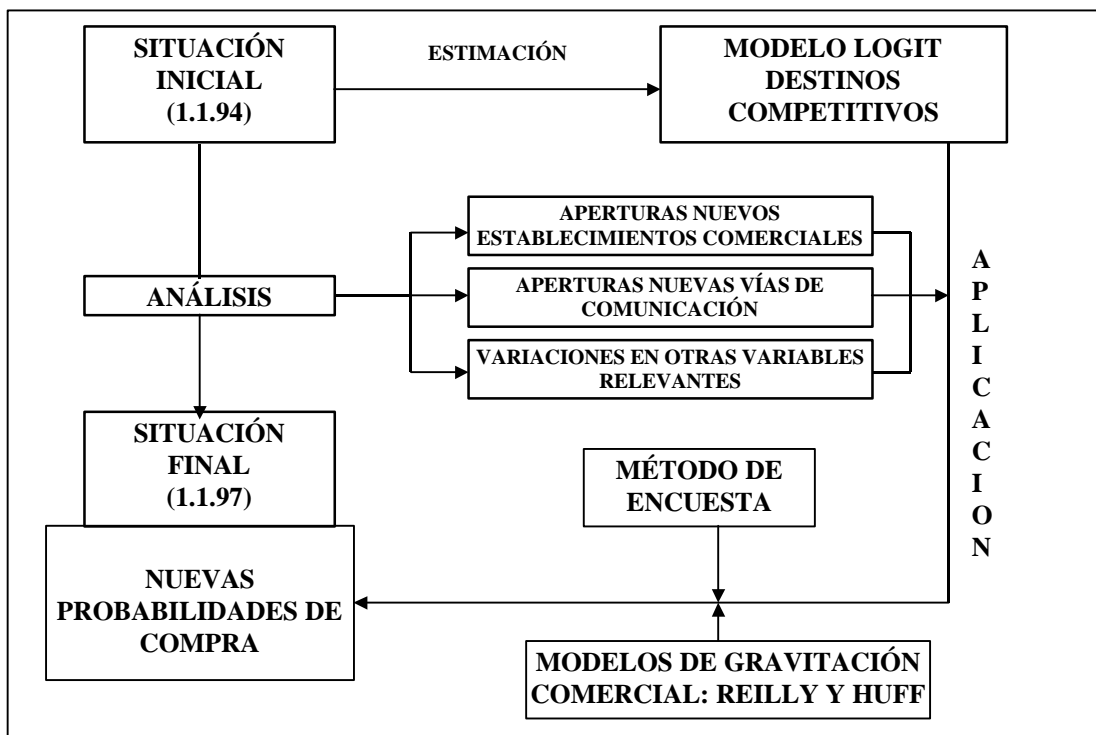
**Fig. 5:** Resultados obtenidos de la estimación del modelo logit de destinos competitivos. (Fuente: Elaboración propia)

Tal y como puede apreciarse, los contrastes de significación conjunta del modelo, la Chi-cuadrado y el Test de Razón de Verosimilitud, resultan significativos. También resultan significativos los coeficientes de las variables explicativas, tal y como ponen de manifiesto los valores de la T de Student. La significación de **Discab94** pone de manifiesto que, en la Comunidad de Madrid, la localización relativa de una cabecera de atracción comercial respecto

de las demás afecta **negativamente** a sus posibilidades de ser incluida en el conjunto de elección; es decir que, debido a las **fuerzas de competencia** existentes en este mercado, la localización óptima de un nuevo centro comercial se encontraría en municipios alejados de las actuales cabeceras comerciales.

**2.- Proceso de determinación/actualización de áreas de mercado**

La autora presenta a continuación su propuesta de determinación/actualización de áreas y subáreas comerciales, con una aplicación práctica a la Comunidad de Madrid. Partiendo de la situación que presentaban las áreas comerciales de esta Comunidad a 1 de enero de 1994, hemos realizado su actualización a 1 de enero de 1997 (tres años). Se trata de un proceso que consta de **5 fases** (ver Fig. 6): a) conocimiento de la situación inicial del área comercial en estudio; b) identificación de las variaciones acaecidas en las variables determinantes de los flujos comerciales durante el período en estudio; c) aplicación de modelos de gravitación comercial; d) aplicación del método de encuesta; y e) determinación de los flujos comerciales finales.



**Fig. 6:** Proceso de Actualización de Áreas de Mercado en la C.A.M. (Fte. Elaboración Propia)

**a) Conocimiento de la situación del área comercial Madrid, a 1 de enero de 1994:** se trata de la situación expuesta anteriormente.

**b) Identificación de las variaciones acaecidas en las variables determinantes de los flujos comerciales durante el período en estudio.** En concreto, estudiaremos las variaciones en las tres variables que resultaron significativas en el anterior modelo logit de destinos competitivos:

\* **Superficie de venta total del municipio cabecera:** durante este período de tres años, en la Comunidad de Madrid se han abierto nuevas grandes superficies y gran cantidad de tiendas de cadenas especializadas, supermercados y establecimientos de "hard-discount". Todas estas aperturas han supuesto toda una revolución en los flujos comerciales de la Comunidad de

Madrid; revolución que era necesario investigar con especial detenimiento, pues son en total casi 400.000 m<sup>2</sup> de superficie de ventas de grandes superficies y cadenas abiertos en este periodo.

\* **Identificación de las variaciones en aperturas de nuevas vías de comunicación:** los flujos comerciales dependen también de las aperturas de nuevas vías de comunicación (en especial, autopistas y autovías). En concreto, en la Comunidad de Madrid, no se han dado aperturas significativas de nuevas vías de comunicación en los últimos tres años, exceptuando los nuevos tramos de circunvalación (M-40 sobre todo) alrededor de la capital.

c) **Aplicación de modelos de gravitación comercial:** una vez identificadas las variaciones en las variables anteriores debe efectuarse un análisis detallado de aquellas zonas en donde se han producido variaciones significativas. Este análisis se ha realizado a través de dos instrumentos: aplicación de modelos de gravitación comercial y método de encuesta. A la vista de las variaciones habidas en el apartado anterior, al llegar a este punto suelen plantearse las siguientes cuestiones: la posibilidad de **ampliación geográfica** de áreas o subáreas comerciales y la existencia o no de **nuevas cabeceras de atracción comercial:** cabeceras totalmente nuevas, como es el caso de Collado Villalba, o cabeceras mayores (bicabeceras o tricabeceras) como sucede con los casos de Majadahonda-Las Rozas-Pozuelo, Leganés-Getafe-Parla y Alcalá-Torrejón.

Tanto en un caso como en el otro, deben aplicarse dos tipos de modelos de gravitación comercial: el modelo de Reilly y modelos de interacción espacial (modelo de Huff y modelo logit de destinos competitivos).

d) **Aplicación del método de encuesta:** en el caso del proyecto Atlas Comercial, se aplica la encuesta telefónica, cuyo ejemplar de cuestionario aparece en la Fig. 7. Las personas encuestadas suelen ser **los secretarios/as de los ayuntamientos** de los municipios, dado que estas personas suelen tener mejor perspectiva a la hora de determinar las costumbres de los consumidores del municipio al que pertenecen. Aunque cada vez más, sobre todo en municipios de una cierta importancia, van existiendo en los ayuntamientos las Oficinas de Consumidores y Usuarios (OCU's) a las cuales sería más oportuno y beneficioso dirigirse; de hecho, así lo hemos hecho en algunas ocasiones.

e) **Determinación de los flujos comerciales finales:** una vez aplicados los modelos, así como el método de encuesta, es ya posible determinar las gravitaciones finales de los municipios, en este caso, de la Comunidad de Madrid a 1 de enero de 1997, que es el objetivo final que nos proponemos. Las variaciones en las subáreas comerciales incluidas en la Comunidad de Madrid, en el período estudiado de tres años, han sido grandes y, con ayuda del mapa adjunto (Fig. 8), se exponen a continuación:

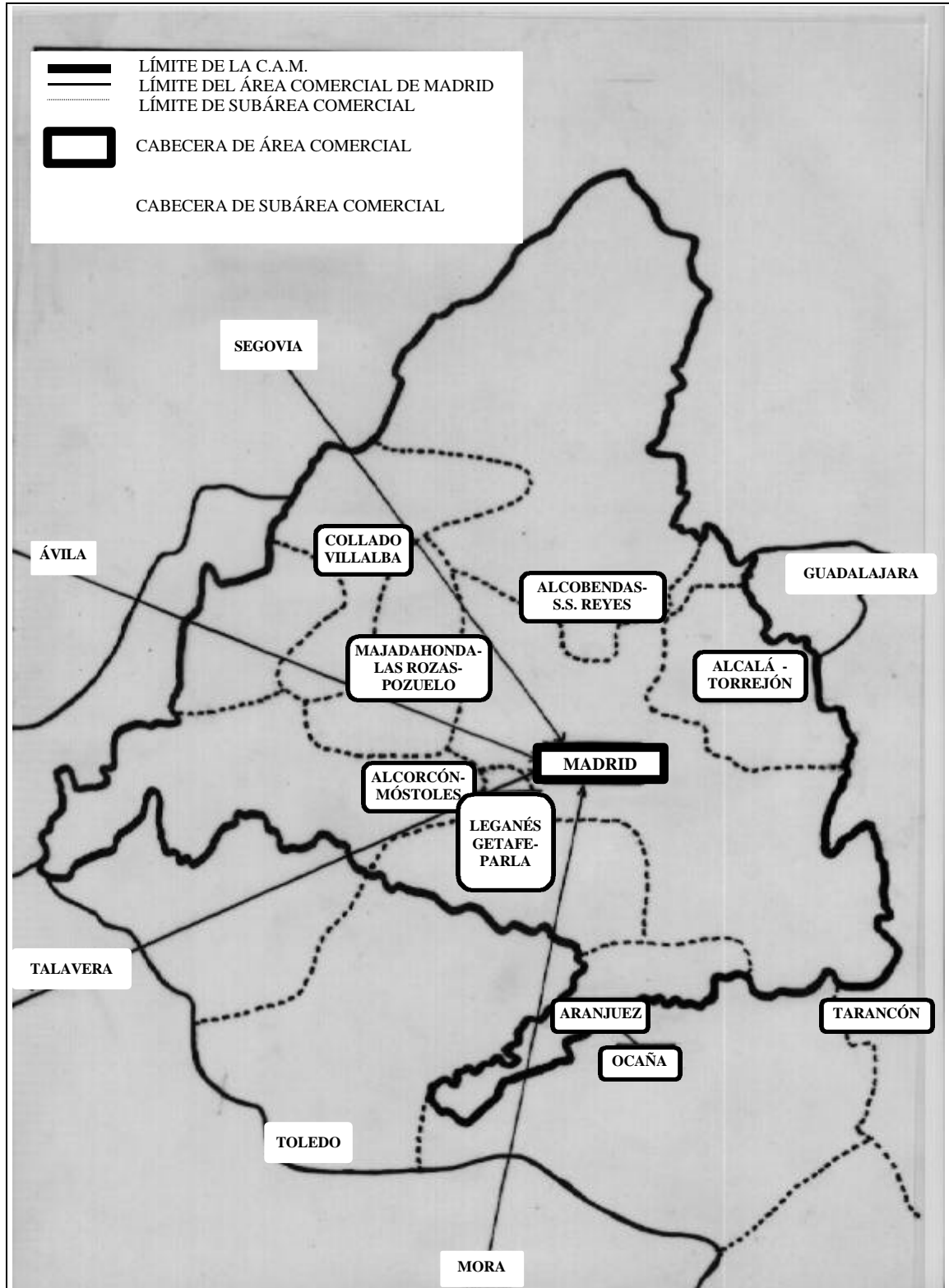
- . Creación de la **nueva subárea** de Collado Villalba.
- . Existencia de dos **nuevas tricabeceras de subárea:** "Majadahonda-Las Rozas-Pozuelo" y "Leganés-Getafe-Parla".
- . **Grandes ampliaciones** en la subárea de Alcobendas-San Sebastián de los Reyes (llegando hasta Somosierra, en la frontera de Madrid con la provincia de Burgos), y en las subáreas del sur: "Alcorcón-Móstoles" y "Leganés-Getafe-Parla, que extienden su radio de influencia incluso más allá de los límites de la Comunidad de Madrid.
- . Es un fenómeno, propio de Madrid, que las **cabeceras de subárea cercanas a la cabecera de área** (en este caso al municipio de Madrid), sirvan como de "frenado": las personas

hacen allí ciertas compras sin entrar en un casco urbano, como el de Madrid, cada vez con mayores problemas de tráfico y estacionamiento.

. Asimismo no podemos olvidar que estas grandes superficies situadas en municipios cercanos a Madrid capital están dirigidas también a los consumidores que viven en esta ciudad, en barrios periféricos cercanos, con una alta concentración de población y de una edad joven, con motivaciones de compra en grandes superficies muy favorables.

. Por último, es también una característica propia de las áreas de mercado de la Comunidad de Madrid, la **gran concentración de grandes y medianas superficies**, así como de cadenas de tiendas y de supermercados existente en las cabeceras de subárea.

El coeficiente negativo de la variable de centralidad “Discab94” pone de manifiesto el mayor impacto que actualmente tienen, sobre las preferencias de compra de los consumidores de la Comunidad de Madrid, las aperturas de centros comerciales en municipios alejados de las actuales cabeceras.



## 5. CONCLUSIONES

Como conclusión cabe preguntarse, ¿cuál de las anteriores líneas de investigación es la correcta? ¿Existe un modelo ideal, único, válido para todos los casos y circunstancias? Obviamente no. Aunque existen modelos más apropiados que otros o más ajustados a la realidad, no podemos decantarnos absolutamente ni por unos ni por otros.

De un lado, ya se ha expuesto que el **Enfoque Descriptivo-Determinista** se caracteriza por su escasa base matemático-estadística. Sin negar la influencia decisiva que han tenido algunos modelos de este Enfoque, como la Teoría de los Lugares Centrales o la misma Ley de Reilly, hay que reconocer la superioridad del **Enfoque Explicativo-Estocástico** sobre el anterior. Con las limitaciones ya expuestas, este enfoque considera como protagonista al consumidor, en un proceso de elección considerado como estocástico o incierto, y expresado como una función de utilidad. Dentro de este segundo enfoque, creemos que los **Modelos de Interacción Espacial** son más indicados para situaciones de elección intra-urbana, pues se derivan de esquemas teóricos, como la teoría de la entropía, propios del estudio urbanístico-geográfico; en estos casos, la atracción comercial se plantea entre ciudades (y se habla del “consumidor medio” de cada una de ellas) y no entre individuos aislados. Por otro lado, los **Modelos Logit de Elección Discreta** parecen ser los más idóneos para situaciones de elección intra-urbana, en las que la elección es realizada por consumidores individuales o por familias, siendo más preciso el estudio de las variables que deciden la decisión de compra. En este sentido, la línea seguida por Fotheringham y O’Kelly es, hoy por hoy, la más aceptada.

Sin duda que, la elección de un modelo u otro estará en función, no sólo de su mayor o menor eficacia teórica, sino también de restricciones tales como **el tiempo o el presupuesto**. Por este motivo, en situaciones de mayor precariedad, la utilización de técnicas como los Polígonos Thiessen o las Áreas Comerciales Primarias de Applebaum pueden ser eficaces, aunque el investigador debe ser consciente del sesgo que comete utilizándolas. En otras ocasiones, como sucede en el caso del Atlas Comercial de España, la utilización de estas técnicas (como el Método de Encuesta) viene a ser un válido complemento al uso de los modelos. Porque, sin duda alguna, ningún modelo matemático, por perfecto que sea, podrá nunca recoger el siempre cambiante comportamiento humano y, ese margen de error con el que inevitablemente trabajamos, puede y debe ser corregido con otros métodos que evalúen más directamente la realidad, como el citado método de encuesta o el uso de técnicas de Conjoint, al que también hacíamos mención anteriormente.

Para terminar, apuntamos ocho importantes **líneas de investigación** que creemos se encuentran abiertas cara al futuro:

1.- Sería deseable una **profundización en la Teoría de los Lugares Centrales**, que debería centrarse en los procesos de agrupación de empresas y en las implicaciones de la competencia sobre el espacio. Una línea de investigación fructífera debería estudiar el efecto que los **desplazamientos de compra multipropósito** tienen en el fenómeno de la agrupación de empresas.

Estos estudios resultan de gran interés: la mayoría de los modelos de elección espacial están fundamentados en el supuesto de que los consumidores realizan viajes con un propósito único desde un punto de origen fijo. Sin embargo, los estudios empíricos demuestran que, sin embargo, un 50-60% de los viajes son viajes multipropósito (O’Kelly, 1981). Es decir, que los consumidores realizan viajes con varios propósitos que combinan actividades diversas de compra

y de no compra o que simplemente realizan viajes con el propósito de comparar entre diversos establecimientos comerciales (precios, calidad, surtido,...).

2.- El uso de las técnicas estadísticas en la estimación de los modelos de interacción espacial se encuentra limitado a la disponibilidad de datos adecuados referentes a las áreas de mercado de los establecimientos comerciales estudiados. Actualmente suelen estar más fácilmente disponibles los datos informatizados de los censos y datos demográficos muy precisos. Pero la zona espacial sobre la cual estos datos han de ser analizados no siempre es clara. Los datos de los establecimientos de la competencia son también difíciles de obtener. Y los datos subjetivos, como la imagen del centro, los precios o la calidad de los productos, pueden variar de lugar a lugar.

Es decir, en el futuro será necesario el desarrollo **de mejores medidas de las variables**; por ejemplo mejores medidas de la distancia a partir de la percepción topológica, psicológica o morfológica contribuirían al mejor conocimiento del modo cómo los consumidores la incorporan en el proceso de decisión de compra.

3.- Es también necesaria la incorporación a los modelos de **nuevas variables y una definición más realista** de las ya existentes, como por ejemplo, que junto con definiciones más realistas de las distancias percibidas, puedan considerarse en los modelos, de forma más explícita, las características socioeconómicas de los consumidores (variables relativas al punto de origen).

4.- Los modelos actuales de elección de establecimientos comerciales incluyen generalmente una función de utilidad compensatoria, en la cual los consumidores se supone que compensan la fricción de la distancia con los beneficios de los atributos de las tiendas. Debe experimentarse más con estrategias de decisión alternativas, que incluyan **Modelos No Compensatorios** dado que éstos tienen en consideración, además de las conductas racionales, otro tipo de comportamientos de los individuos.

5.- También hemos tenido la ocasión de comprobar que es necesaria una mayor investigación acerca de la estimación directa de las funciones de utilidad espaciales de los consumidores, mediante la utilización de las **técnicas de Análisis Conjunto (“Conjoint”)**. Exceptuando las aplicaciones de Louviere y Woodworth (1983), poco más se ha realizado en esta línea.

6.- Lo mismo hemos de decir de los **Modelos Dinámicos Espaciales**. En general, los modelos dinámicos nacieron en situaciones de elección no espacial (elección de tipo de transporte, productos, etc.), y los primeros modelos dinámicos espaciales son aplicados al campo regional, como es el caso de los movimientos migratorios, urbanos, flujos de trabajo, etc. Los primeros modelos dinámicos espaciales aplicados al Marketing se sitúan a finales de los años 80 y primeros años de la década de los 90, con los Modelos de Difusión Espacial de las Áreas de Mercado. Creemos que debería profundizarse más en la Teoría de la Difusión y en sus aplicaciones a la determinación y evolución de las áreas de mercado, tanto en el espacio como en el tiempo.

7.- Sería de la mayor utilidad, sobre todo para los que colaboramos en el Proyecto Atlas Comercial del Instituto Lawrence R. Klein, un mayor desarrollo de modelos y metodología apropiada para **situaciones de elección inter-urbana**, entre municipios, y no sólo entre individuos y/o grupos más agregados de individuos (familias, barrios, vecindarios,...). El hecho de considerar a los municipios como puntos de origen/destino de los flujos comerciales de interacción espacial, hace especialmente difícil la consideración en los modelos de otras variables distintas del tradicional binomio tamaño/distancia. Variables tan interesantes como los precios, la



imagen comercial o la calidad resultan prácticamente uniformes cuando se considera el total del equipamiento comercial de un municipio y los valores de estas variables para cada municipio son la suma o una media de los valores individuales de los establecimientos existentes en él.

8.- En general, a la luz de las investigaciones realizadas, creemos necesario un mayor estudio de los temas relacionados con la **geografía del marketing**. En los últimos años, no se han realizado apenas avances en el campo de la aplicación de modelos de determinación de áreas de mercado. Se aceptan mayoritariamente los enfoques tradicionales de los **Modelos Multiplicativos** de Interacción Espacial derivados del Modelo de Huff, desarrollados durante los años 60-80 (cuyo exponente más avanzado podría encontrarse en Gautschi) y de los **Modelos Logit** de Elección Discreta, fundamentalmente los modelos desarrollados por Fotheringham y O'Kelly.

Durante los años 90, las principales líneas de investigación parecen concentrarse en la solución de los problemas planteados por los modelos anteriores: propiedad de las alternativas irrelevantes (IIA), no-estacionaridad espacial, dependencia de contexto. Apenas se han desarrollado nuevos enfoques, exceptuando la aplicación de la teoría de la difusión a los modelos dinámicos de determinación de áreas de mercado.

Por último, creemos que en nuestro país, esta materia ha sido considerada por muy pocos autores y casi todos ellos realizan aplicaciones de modelos ya existentes. Destaca la línea de investigación desarrollada por el **Instituto Lawrence R. Klein**, de la Universidad Autónoma de Madrid, con las obras "Atlas Comercial de España" y "Anuario Comercial de España", en las que se vienen actualizando, desde 1992, las áreas y subáreas comerciales de España, a partir de la aplicación de los Modelos de Reilly, Huff y Logit de Destinos Competitivos, así como el Método de Encuesta. En este Instituto L.R. Klein se han realizado además algunas tesis dedicadas al estudio del espacio en la economía y se encuentran en vías de realización otros estudios sobre econometría espacial.

En cualquier caso, hay que reconocer, en general, la importancia creciente que el estudio del espacio está teniendo en los procesos de decisión de las empresas. Esta tendencia viene reforzada por el desarrollo de estos modernos Sistemas de Información Geográfica (SIG's) que, incorporando Modelos de Interacción Espacial, determinan sobre mapas digitalizados las áreas de mercado de cualquier tipo de establecimiento (real o hipotético), siendo capaces de resolver también problemas de localización óptima de almacenes.

Sería de esperar, una vez más, que las necesidades de las empresas impulsen y apoyen la investigación científica en la resolución de los problemas anteriormente apuntados.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

. ALBADALEJO PINA, P. (1995), "*Cinco Líneas Metodológicas para la delimitación de áreas de mercado*". Revista "Estudios de Economía Aplicada", Asepelt España, nº 4, Diciembre 1995, pp. 5-27.

. ALLAWAY, A.W., W.C. BLACK, M.D. RICHARD y J.B. MASON (1992), "*Evolution of a Retail Market Area: An Event-History Model of Spatial Diffusion*". Economic Geography; pp. 23-40.

. ANSELIN, L. (1988), "*Spatial Econometrics: Methods and Models*". Kluwer Academic Publishers. Studies in Operational Regional Science.

- . APPLEBAUM W. y S.B. COHEN (1961), "*The Dynamics of Store Trading Areas and Market Equilibrium*". *Annals of the Association of the American Geographer*, 51; pp. 73-101.
- . BATTY, M. (1978), "*Reilly's Challenge: New Laws of Retail Gravitation which Define Systems of Central Places*". *Environment and Planning*, nº 10, pp.185-219
- . BORGERS, A. y H.J.P. TIMMERMMANS, (1988), "*Choice Model Specification, Substitution and Spatial Structure Effects: A Simulation Experiment*". *Regional Science and Urban Economics*, nº 17, pp. 29-47.
- . CHASCO LAFUENTE, P. (1988), "*Modelos de Localización de Centros Comerciales*". Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Madrid.
- . CHASCO LAFUENTE, P. (1996), "*Modelos de Localización de Centros Comerciales*". Ponencia: Plan Marco de Modernización del Comercio Interior (Ministerio de Comercio). Madrid, 14 de marzo de 1996.
- . CHASCO YRIGOYEN, C. (1996), "*Aplicación de los Modelos de Gravitación Comercial a la Determinación de Areas de Mercado*". *Revista Investigación y Marketing*, nº 52, sept. 1996; pp. 44-48.
- . CHASCO YRIGOYEN, C. (1996), "*Análisis de las Áreas de Mercado de la Comunidad de Madrid: Aplicación de Técnicas de Análisis Multivariante*". *Actas de la XXII Reunión de Estudios Regionales*. Pamplona, 22 de noviembre de 1996 (diskettes, área 8).
- . CHASCO YRIGOYEN, C. y J. VICÉNS OTERO (1996), "*Actualización de Areas de Gravitación en la Comunidad de Madrid. Una Aplicación de Modelos de Interacción Espacial*". *Actas X Reunión Anual de Asepelt*. Albacete, 21 de junio 1996 (pendiente de publicación).
- . CHRISTALLER, W. (1935), "*Die Zentralen Orte in Sudlentschland*". Jena, E. Germany: G. Fischer.
- . CLIQUET, G. (1992), "*Management Stratégique des Points de Vente. Management des Organisations*". Ediciones Dalloz-Sirey. París.
- . CONSEJO SUPERIOR DE CÁMARAS DE COMERCIO, INDUSTRIA Y NAVEGACIÓN DE ESPAÑA (1963), "*Atlas Comercial de España 1963*". Madrid.
- . CONVERSE, P.D. (1949), "*New Laws of Retail Gravitation*". *Journal of Marketing*, 14, pp. 94-102.
- . CRAIG, C.S. GHOSH, A., MCLAFFERTY, S. (1984), "Models of the Retail Location Process: A Review". *Journal of Retailing*. Vol. 60. Nº 1. Primavera 1984, pp. 5-31.
- . DONTU, N. (1991), "*Comparing Market Areas Using Kernel Density Estimation*". *Journal of the Academy of Marketing Science*, vol. 19, nº 4, pp.323-332.
- . DOUGLAS, E. (1949), "*Measuring the General Retail Area*". *Journal of Marketing*, 13, pp. 481-497.

. EATON B. y R. LIPSEY (1982), "*An Economic Theory of Central Places*". The Economic Journal, 92, pp. 56-72.

. EISELT, H.A., G. LAPORTE y J.F. THISSE (1993), "*Competitive Location Models: A Framework and Bibliography*". Transportation Science, 27, pp.44-54.

. ESCOLANO UTRILLA, S. (1996), "*La Utilización de los Sistemas de Información Geográfica (SIG's) en la Planificación del Comercio*". Seminario patrocinado por el Programa ARACOM 2000, Iniciativa Adapt. Cámara Oficial de Comercio e Industria de Zaragoza.

. FISHER, M.M., P.NIJKAMP y Y. PAPAGEORGIU (1990), "*Current Trends in Behavioural Modelling*". En Spatial Choices and Processes, 21. Studies in Regional Science and Urban Economics, de. M.M. Fisher, P. Nijkamp y Y. Papageorgiou, Amsterdam: North Holland; pp. 1-17.

. FOTHERINGHAM, A.S. y M.E. O'KELLY (1989), "*Spatial Interaction Models: Formulations and Applications*". Kluwer Academic Publishers. Studies in Operational Regional Science.

. GARCÍA PALOMO, J.P. (1997), "*Geomarketing. Los Sistemas de Información Geográfica aplicados a la Planificación Comercial*". Distribución y Consumo, enero 1997; pp. 99-107.

. GAUTSCHI, D.A. (1981), "*Specification of Patronage Models for Retail Center Choice*". Journal of Marketing Research, nº 18, pp. 162-174.

. GIL, I, A. MOLLÁ y G. BERENGUER (1997), "*La Imagen del Punto de Venta y su Incidencia sobre la selección del Establecimiento*". AEDEMO, nº 54, marzo; pp. 46-54.

. GRIFFITH, D. y R. MACKINNON (1981), "*Dynamic Spatial Models*". Nato Advanced Study Institutes Series; Series D: Behavioural and Social Sciences, nº 7.

. HUFF, D.L. (1963), "*A Probabilistic Analysis of Consumer Spatial Behavior*". William S. Decker (de.), Emerging Concepts in Marketing, Chicago: American Marketing Association, pp. 443-461.

. INSTITUTO LAWRENCE R. KLEIN (1992), "*Atlas Comercial de la Comunidad Valenciana 1992*". Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónoma de Madrid. Obra patrocinada y publicada por el Instituto Valenciano de Estadística

. INSTITUTO LAWRENCE R. KLEIN (1992), "*Atlas Comercial de Castilla y León 1992*". Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónoma de Madrid. Obra patrocinada por la Consejería de Economía y Hacienda de la Junta de Castilla y León.

. INSTITUTO LAWRENCE R. KLEIN (1994), "*Atlas Comercial de España 1994*". Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónoma de Madrid. Obra patrocinada y publicada por el Banco Central-Hispano.

. INSTITUTO LAWRENCE R. KLEIN (1994), "*Atlas Comercial de Andalucía 1994*". Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónoma de Madrid. Obra patrocinada y publicada por el Instituto de Estadística de Andalucía, Junta de Andalucía.

. INSTITUTO LAWRENCE R. KLEIN (1994), "*Atlas Comercial de la Comunidad Valenciana 1994*". Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónoma de Madrid.

Obra patrocinada el Instituto Valenciano de Estadística.

. INSTITUTO LAWRENCE R. KLEIN (1994), "*Atlas Comercial de Castilla y León 1994*". Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónoma de Madrid. Obra patrocinada por la Consejería de Economía y Hacienda de la Junta de Castilla y León.

. INSTITUTO LAWRENCE R. KLEIN (1995), "*Atlas Comercial de Castilla y León 1995*". Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónoma de Madrid. Obra patrocinada por la Consejería de Economía y Hacienda de la Junta de Castilla y León.

. INSTITUTO LAWRENCE R. KLEIN (1997), "*Anuario Comercial de España 1997*". Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónoma de Madrid. Obra patrocinada y publicada por la Caja de Ahorros y Pensiones de Barcelona ("la Caixa").

. INSTITUTO LAWRENCE R. KLEIN (1997), "*Atlas Económico-Comercial de Canarias 1996*". Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónoma de Madrid. Obra patrocinada por el Instituto Canario de Estadística. Pendiente de publicación.

. INSTITUTO LAWRENCE R. KLEIN (1997), "*Atlas Económico-Comercial de Asturias 1997*". Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Autónoma de Madrid. Obra patrocinada por la Dirección Regional de Servicios del Principado de Asturias. Pendiente de publicación.

. JONES, K.G. y D.R. MOCK (1984), "*Evaluating Retail Trading Performances*". Store Location and Store Assessment Research, e. R.L. Davies y D.S. Rogers. John Wiley. N. York.

. KOSHAKA, H. (1992), "*Three-Dimensional Representation and Estimation of Retail Store Demand by Bicubic Splines*". Journal of Retailing, nº 68, pp. 221-241.

. KOSHAKA, H. (1993), "*A Monitoring and Locational Decision Support System for Retail Activity*". Environment and Planning A, 25; pp. 197-211.

. KOTLER, P. (1973), "*Mercadotecnia Aplicada*". Cap.11: "Modelos de decisiones sobre distribución". Interamericana.

. LANCASTER, K. (1966), "*A New Approach to Consumer Theory*". Journal of Political Economy, 74, pp. 132-157.

. LÖSCH, A. (1954), "*The Economics of Location*". New Haven, Conn.: Yale University Press

. LOUVIERE, J. y WOODWORTH, G. (1983), "*Design and Analysis of Simulated Consumer Choice of Allocation Experiments: An Approach Based on Aggregate Data*". Journal of Marketing Research, nº 20, pp. 350-367.

. LUCE, R. (1959), "*Individual Choice Behavior*". Nueva York: John Wiley & Sons.

. MCFADDEN, D. (1974), "*Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behaviour*". Frontiers in Econometrics, ed. P. Zarembka, Academic Press, Nueva York.

. MCFADDEN, D. (1977), "*Econometric Models of Probabilistic Choice*". C.F. Manski y D. McFadden (eds.), Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications, Cambridge, Mass.: MIT Press.

- . NAKANISHI, M. y COOPER, L.G., (1974) "*Parameter Estimate for Multiplicative Interactive Choice Model: Least Squares Approach*". *Journal of Marketing Research*, nº 11 (Agosto de 1974), pp. 303-311.
- . NIJKAMP, P. y REGGIANI, A. (1992), "*Interaction, Evolution and Chaos in Space*". Springer-Verlan. Berlín.
- . O'KELLY, M.E. y MILLER, H.J. (1989), "*A Synthesis of Some Market Area Delimitation Models*". *Growth & Change* (Verano), pp. 14-33.
- . PAELINK, J. y L. KLAASSEN (1979), "*Spatial Econometrics*". Farnborough: Saxon House.
- . PONSARD, C. (1958), "*Histoire des Theories Economiques Spatiales*". París. Études et Mémoires. Centre d'Études Économiques.
- . REILLY, W.J. (1931), "*The Law of Retail Gravitation*". Nueva York, W.J. Reilly, Inc.
- . RYAN, D.L., B. VON HOHENBALKEN y S. WEST (1990), "*An Econometric-Spatial Analysis of the Growth and Decline of Shopping Centers*". *Regional Science and Urban Economics*, 20, pp. 313-326.
- . RUST, R.T. y N. DONTU (1995), "*Capturing Geographically Localized Misspecification Error in Retail Store Choice Models*". *Journal of Marketing Research*, vol.XXXII (febrero, 1995); pp. 103-110.
- . RYAN, D.L., VON HOHENBALKEN, B. y WEST, D.S. (1990), "*An Econometric-Spatial Analysis of the Growth and Decline of Shopping Centers*". *Regional Science and Urban Economics*, nº20 pp. 313-326.
- . SCHEIFLER, M.A. (1991), "*Economía y Espacio. Un Análisis de la Pautas de Asentamiento Espacial de las Actividades Económicas*". Servicio Editorial Universidad del País Vasco. Bilbao.
- . TAGLIACARNE, G. (1962), "*Técnica y Práctica de las Investigaciones de Mercado*". Ediciones Ariel, S.A. Barcelona.
- . THIESSEN, A.H. y J.C. ALTER (1911), "*Precipitation Averages for Large Areas*". *Monthly Weather Review* 39; pp. 1082-1084.
- . TIMMERMANS, H. y A. BORGERS (1989), "*Dynamic Models of Choice Behaviour: Some Fundamentals and Trends*". J. Hauer et al. (eds.), "Urban Dynamics and Spatial Choice Behaviour"; pp. 3-26.
- . VICÉNS OTERO, J. (1992), "*Curvas Flexibles y Variables Dependientes Cualitativas*". Instituto Lawrence R. Klein, Universidad Autónoma de Madrid, documento 92/11; mayo, 1992.
- . VICÉNS OTERO, J. (1995), "*Modelos con Variables Cualitativas Dicotómicas*". Instituto Lawrence R. Klein, Universidad Autónoma de Madrid, documento 95/5; noviembre, 1995.
- . VICÉNS OTERO, J. (1996), "*Análisis Logit y Probit*". Informática y Métodos Cuantitativos para la Planificación, Curso del Fondo Social Europeo, Universidad Autónoma de Madrid; cap.10, pp.267-279.