
**MODELIZACIÓN TIPO ARCH APLICADA
EN EL CONTEXTO DEL IBEX-35.
VISIÓN PRELIMINAR**

Rafael de Arce Borda

Departamento de Economía Aplicada
Universidad Autónoma de Madrid
Junio 2000

RESUMEN

En el presente análisis se hace un recorrido sobre la variación de la volatilidad del Ibex 35 desde 1990 considerando tres períodos distintos: antes de la firma de Maastricht, después de la firma y a partir de la creación del área de moneda única en Europa. El documento parte de un breve análisis de las principales características descriptivas del Ibex-35. En segundo lugar, se hace una reseña metodológica sobre la técnica GJR- Arch y AP-ARCH para el análisis estadístico de la volatilidad condicional heterocedástica autorregresiva. En tercer lugar, se estima la volatilidad del índice extrayéndose las principales conclusiones fruto de la unión de ambas técnicas.

1. INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

Desde la creación de la Unión Monetaria Europea con once países el 1 de enero de 1999, la política monetaria se unifica en manos del Banco Central Europeo. En el camino previo de convergencia para los países que integran el Euro, el descenso de la rentabilidad libre de riesgo ha sido el más vertiginoso conocido históricamente y la pérdida de atractivo de la Deuda Pública, a tan bajo nivel de rentabilidad, se transmitió contundentemente a los mercados de renta variable como efecto equilibrador: ante la caída de la rentabilidad del mercado sin riesgo, la gran masa de inversionistas se traslada hacia el mercado de renta variable, con el consiguiente sobrepeso de la demanda de activos sobre su oferta y el notabilísimo "boom" bursátil que venimos viviendo en los últimos dos o tres años.

Las bolsas mundiales presentan cifras record de capitalización y la naturaleza de los agentes que en ella intervienen no puede ser más diversa. "El mercado se ha popularizado" con lo que ello tiene de cambio:

- Por un lado, la bolsa es más que nunca un juego en el que no sólo intervienen profesionales. Sus vaivenes (o su volatilidad) deben ser por tanto más frecuentes. La evolución de la bolsa es un fenómeno que interesa a multitud de observadores que ven como se modifica diariamente el valor de su ahorro y reaccionan ante estímulos diferentes a los que lo haría un agente financiero tradicional.
- Por otro lado y abundando al mismo tiempo en lo anterior, el conocimiento de las expectativas bursátiles y sus mecanismos generatrices es una cuestión de extrema relevancia. Los modelos de medición de la volatilidad como uno de los elementos más importantes en la medición de expectativas es un punto primordial.
- Finalmente, la sociedad de la información centra un importante número de actividades en la información precisa del movimiento de los activos financieros que hoy, más que nunca, gozan de los primeros lugares en las noticias, la radio, los teletextos, la televisión por cable, los paneles publicitarios electrónicos en la calle y, por supuesto, internet. No sólo la información es constante; la operatividad y acceso rápido a los mercados financieros está al alcance de cualquier ordenador personal o de cualquier teléfono. El número de operaciones se incrementa a ritmos inimaginables hace apenas unos años.

Tradicionalmente, la volatilidad en los mercados financieros se ha venido midiendo con el valor de la varianza del precio de los activos. Esta variable, la varianza, se convierte en explicativa de la evolución del propio precio en cuanto a información disponible en t de $t-1$. En cada momento del tiempo, la volatilidad conocida hasta el momento inmediatamente anterior se convierte en un importante mecanismo para conocer la marcha del activo por cuanto es un "hecho estilizado" suficientemente contrastado que los mercados financieros sufren de "contagio": a períodos muy volátiles les siguen períodos de igual característica y, una vez se "tranquilizan", la tendencia se mantiene en las observaciones ulteriores.

Por supuesto, medir la importancia de la volatilidad de forma aislada parece que va contra la propia naturaleza de cualquier variable económica, que casi nunca es fruto de una sola causa, sino de varias. En este contexto, el modelo de Glosten y otros (1993) parece indicado para explicar bien la volatilidad que luego será explicativa de la evolución del activo. Por otro lado, las aportaciones de Ding (1993) con su modelo A-PARCH parecen encajar bien con el comportamiento de los índices bursátiles.

En este trabajo, se propone el empleo de un modelo mixto fruto de las metodologías del modelo GJR y del modelo AP-ARCH para generar la volatilidad (la varianza condicional) que a su vez será pieza fundamental para determinar la evolución del Ibex 35, índice bursátil de referencia de Madrid.

La estructura del documento responde en primer lugar (sección dos) a un análisis descriptivo de la serie a modelizar (el Ibex-35). En el apartado tres, se ponen de manifiesto algunos hechos que hacen oportuno el empleo de un modelo tipo ARCH y en concreto para el valor de la potencia sugerida por Ding (1993). En los apartados cuarto y quinto se procede a la estimación tipo AP-ARCH y tipo GJR-ARCH respectivamente, obteniendo unos primeros resultados. Posteriormente, el apartado seis, se propone una nueva aproximación compuesta de las dos anteriores. En el apartado séptimo se recogen algunos contrastes sobre la bondad predictiva de los modelos presentados y, finalmente, la sección octava recoge algunas conclusiones preliminares.

2. CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DE LA SERIE A MODELIZAR

El IBEX-35 es el índice selectivo de la bolsa de Madrid. Su valor (precio) se calcula como media ponderada del precio de cada una de las acciones de las empresas que lo componen que, lógicamente, ha venido cambiando en los diez años de observaciones diarias que se tienen en cuenta en esta aplicación debido a desapariciones de empresas, fusiones, cambio de nombre, etc.

La variación en las componentes del índice ha sido la que se puede ver en el cuadro adjunto para los últimos diez años.

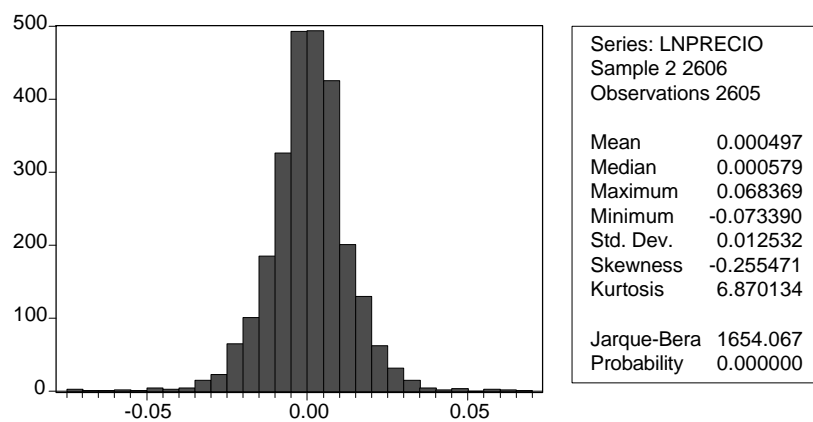
EVOLUCIÓN DE LA COMPOSICIÓN DEL IBEX-35						
COMPOSICIÓN ENERO 1991	PERÍODO	ENTRAN	SALEN	PERÍODO	ENTRAN	SALEN
ACE: Autopistas Conc. Española	ENE-JUN 91	AGR	AZU	JUL-SEP 91	MVC	ALB
ACX: Acerinox		CUB	PSG		CAN	CRI
ALB: Corporación Fin. Alba		HHU	PMD		PMD	ACX
ASL: Asland	OCT-DIC 91	ALB	HID	-	-	-
AZU: Azucarera		CRI	PMD	-	-	-
BBV: Banco Bilbao Vizcaya	ENE-JUN 92	SAR	CEN	JUL-DIC 92	PRY	EXT
BKT: Bankinter		EXT	HIS		ARA	HHU
BTO: Banesto		AGS	ECR		ALB	AGS
CEN: Banco Central		BCH	ALB		AUM	CEP
CEP: Cepsa		ACX	CRI		-	-
CRI : Cristalería Española	ENE-JUN 93	CEP	AGR	JUL-DIC 93	ARG	CEP
CTG: Catalana de Gas		HHU	ARA		-	-
DRC: Dragados y Construcciones		AGS	URB		-	-
ECR: Ercros		ZOT	SAR		-	-
ELE: Endesa	ENE-JUN 94	EBA	ASL	JUL-DIC 94	CTE	EBA
FEC: Fecsa		GES	ZOT		-	-
FOC: Focsa	ENE-JUN 95	ENC	HHU	JUL-DIC 95	AGS	CTF
HID: Hidrola		CTF	AGS		AMP	GES
HIS: Bco.Hispano		-	-		AZC	VDR
IBE: Iberduero	ENE-JUN 96	GES	AZC	JUL-DIC 96	-	-
MAP: Corporación Mapfre	ENE-JUN 97	SOL	ENC	JUL-DIC 97	AZC	ANA
PMD: Petromed		UNI	VIS		TUB	GES
POP: Banco Popular		-	-		VIS	MVC
PSG: Prosegur	ENE-ABR 98	-	-	JUL-DIC 98	ACR	ALB
REP: Repsol	ABR-JUN 98	-	-	-	TPZ	FEC
SAN: Banco Santander		ACS	BTO	-	-	-
SEV: Sevillana de Electricidad	ENE-MZO 99	ALB	AZC	JUL-DIC 99	FER	AMP
TAB: Tabacalera		ANA	SEV		IDR	RAD
TEF: Telefónica		NHH	TUB		-	-
UNF: Unión Fenosa		-	-		-	-
URA: Uralita	MZO-JUN 99	SCH	BCH	-	-	-
URB: Urbis		RAD	SAN	-	-	-
VAL: Vallehermoso	Fuente: Sociedad de Bolsas. Madrid					
VDR: Portland Valderrivas						
VIS: Viscofán						

La serie empleada es el precio de cierre diario del IBEX-35 entre el 2 de enero de 1990 y el 5 de junio de 2000 para los días en los que la bolsa de Madrid tuvo actividad, con lo que será frecuente encontrar diferencias en el número de días transcurridos entre dos observaciones consecutivas (fin de semana, festivos, circunstancias especiales, ...). También es importante reseñar que el número de días hábiles de cada año es variable y entre 248 y 251 según el período elegido.

Para aproximar el valor del rendimiento diario se emplea la diferencia de logaritmos del siguiente modo:

$$LNPRECIO_t = LN(PRECIO_t) - LN(PRECIO_{t-1})$$

Con las 2605 observaciones disponibles, se puede representar, a modo de resumen, los principales estadísticos descriptivos, que serían los siguientes:



De la representación del histograma de frecuencias se deduce sencillamente la presencia de una serie con un fuerte nivel de apuntamiento (curtosis) que supera con creces el valor de la normal: 6.87 frente al típico 3. Sin embargo, el valor de asimetría es muy próximo a cero (-0.25), lo que da lugar a una representación muy similar a la de la Normal, aunque mucho más apuntada.

Las características de esta serie están en línea con las que describieran Mandelbrot y Fama (1965 y 1963) como comunes para las series de tipo financiero, que serían las siguientes:

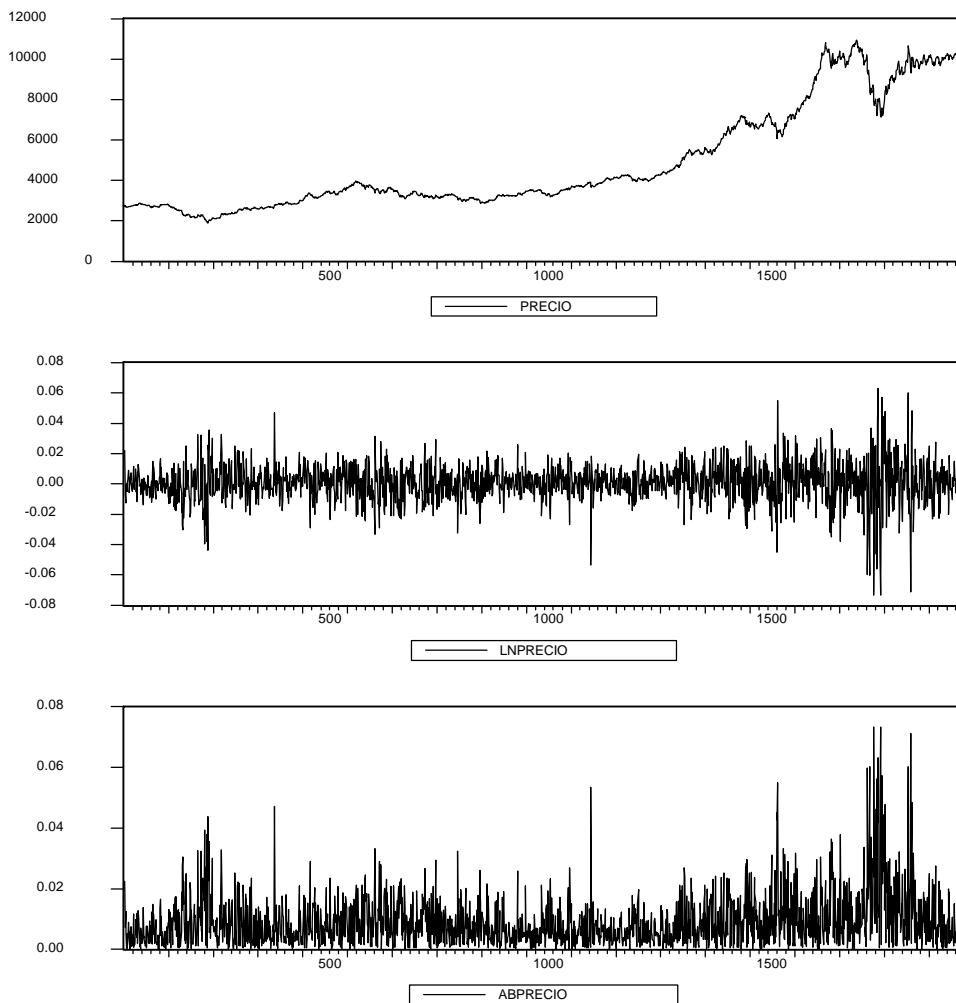
- Carácter leptocúrtico de las observaciones
- Gruesas colas de simetría,
- Fuerte concentración en torno a la media

3. JUSTIFICACIÓN DE LA MODELIZACIÓN A-PARCH EN ESTE CASO

El gráfico siguiente muestra la evolución de las series del precio diario, del rendimiento diario calculado tal y como se expresaba en la ecuación anterior y del valor absoluto de este último. Ante estas representaciones, se puede concluir los mismos hechos que comenta Ding (1993) para el caso del índice S&P-500:

- El precio del índice (PRECIO) manifiesta una clara tendencia creciente si se observa en todo el recorrido presentado.

- Observando la representación del rendimiento (LNPRECIO), dicha tendencia no existe o el valor se distribuye de manera estable en torno a la media cero (0.000711)
- En el último gráfico, el valor absoluto del rendimiento (ABPRECIO), pone de manifiesto las ya hartamente citadas conclusiones de Fama (1965) y Maldelbrot (1963) sobre el carácter de contagio en la intensidad de los movimientos: a períodos altamente volátiles le suceden períodos de iguales características y viceversa.



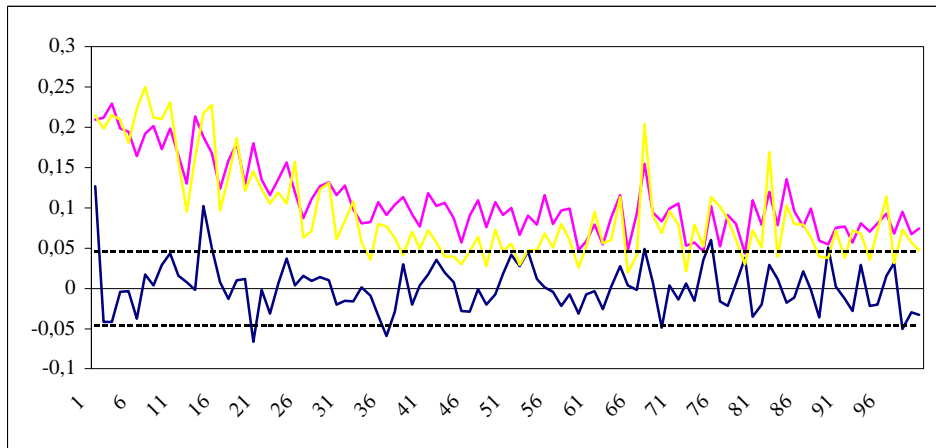
Tal y como se ha venido poniendo de manifiesto teóricamente, los valores absolutos de los rendimientos manifiestan una mayor autocorrelación que los valores normales. Este hecho también se repite para retardos superiores a tres en el caso de los cuadrados de las series.

Los resultados que figuran en la tabla siguiente parecen concordar con el estudiado proceso de autocorrelación de orden uno que diversos autores estiman en los rendimientos financieros (Fama (1976), Taylor (1986), Hamao (1990), entre otros muchos). En palabras de Ding (1993), el valor del primer retardo (0.127) representa este valor del autorregresivo de orden uno. El valor negativo de la autocorrelación de segundo orden podría representar el comportamiento de

recuperación de beneficios típico de las variables financieras llamado, en diversos estudios, reversión a la media (*mean reversion*). El primero de estos puntos es significativamente distinto de cero a juzgar por la bandas de confianza para el 95% de probabilidad calculadas como $\pm 1.96/\sqrt{T}$ ¹. En el segundo, el hecho no es tan claro.

Autocorrelaciones del rendimiento, su valor absoluto y su cuadrado

	1	2	3	4	5	10	20	40	70	100
<i>LNPRECIO</i>	0,127	-0,043	-0,043	-0,003	-0,002	0,046	-0,067	0,003	0,003	-0,034
<i>ABPRECIO</i>	0,209	0,212	0,229	0,199	0,194	0,198	0,180	0,077	0,099	0,074
<i>LNPRECIO2</i>	0,214	0,199	0,215	0,209	-0,181	-0,231	0,145	0,049	0,096	-0,047



Para el caso de las autocorrelaciones en los valores absolutos y cuadrados de las serie de rendimientos, se cumplen las dos circunstancias señaladas por Ding (1993): no solo son claramente significativos distintos de cero sino, además, casi siempre en valores positivos. El hecho que no concuerda con la presunción de Ding es el de que la serie de rendimientos absolutos es siempre mayor que el de la serie de rendimientos al cuadrado. En nuestro caso, existen muchos momentos en los que ocurre lo contrario, aunque hay que señalar que, en general, o bien son coincidentes o bien está ligeramente por encima la serie de valores absolutos.

La situación contrastada hasta el momento parece poner de manifiesto la "memoria larga" de la serie considerada, por lo menos hasta el retardo 100. El hecho se produce también para los rendimientos absolutos elevados a diferentes potencias. En la tabla adjunta se muestran para potencias entre 0.125 y 3, y las conclusiones observadas hasta el momento se mantienen.

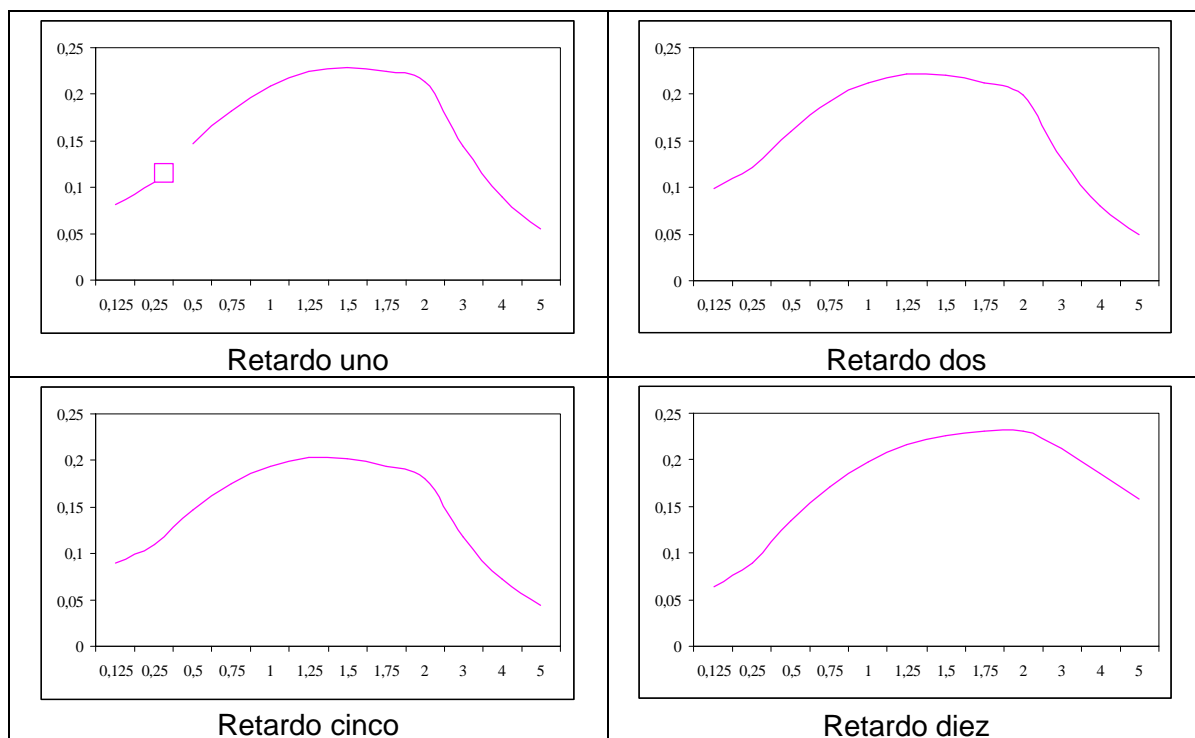
¹ Según Barlett (1946), el proceso de autocorrelación \mathbf{r}_T se distribuye aproximadamente como una normal $N(0,1; T)$. En el caso expuesto, las bandas serían +/- 0.0465 y se representan gráficamente en líneas discontinuas.

Autocorrelaciones del rendimiento absoluto elevado a "d"

<i>D</i>	1	2	3	4	5	10	20	40	70	100
0,125	0,082	0,099	0,134	0,092	0,089	0,064	0,088	0,033	0,026	0,030
0,25	0,105	0,121	0,154	0,111	0,110	0,089	0,108	0,045	0,039	0,040
0,5	0,147	0,161	0,188	0,146	0,147	0,135	0,142	0,064	0,064	0,057
0,75	0,182	0,192	0,214	0,176	0,175	0,171	0,166	0,074	0,085	0,069
1	0,209	0,212	0,229	0,199	0,194	0,198	0,180	0,077	0,099	0,074
1,25	0,224	0,222	0,235	0,213	0,203	0,216	0,183	0,075	0,106	0,073
1,5	0,229	0,221	0,233	0,219	0,202	0,226	0,177	0,068	0,107	0,066
1,75	0,225	0,213	0,226	0,217	0,194	0,231	0,163	0,059	0,103	0,057
2	0,214	0,199	0,215	0,209	0,181	0,231	0,145	0,049	0,096	0,047
3	0,145	0,131	0,168	0,153	0,117	0,213	0,072	0,016	0,065	0,014

Además de lo dicho hasta ahora, la autocorrelación presenta los valores más elevados cuando la potencia es uno o valores muy cercanos a uno.

Autocorrelación del rendimiento absoluto elevado a "d"



En eje de ordenadas están representados los valores de autocorrelación y en el de abscisas la potencia que se ha aplicado (el valor de "d").

En estos gráficos queda perfectamente ilustrada la conclusión anterior: la autocorrelación de las potencias del valor absoluto del rendimiento muestran el valor mayor cuando dichas potencias son uno o valores muy próximos a uno. La función es, en ambas colas desde uno, casi monótonicamente decreciente. Esto es así para cualquier retardo analizado, aunque en el caso del

Para la estimación se ha creado un programa ad-hoc sobre el paquete estadístico E-Views dado que esta formulación no existe entre los objetos de estimación ya prediseñados en dicho paquete. Las características de los valores empleados son los siguientes:

Modelo estimado	$LNPrecio = m + J_1 e_{t-1} + e_t$ $h_t^d = w + a_1 (e_{t-1} + g e_{t-1})^d + b_1 h_{t-1}^d$
Período	14 de enero de 1992 - 6 de junio de 2000
Valores iniciales de los parámetros	Proceso GARCH(1,1)
Función de distribución de los residuos	Normal (gausiana)
Algoritmo de resolución	Berndt-Hall-Hall-Hausman
Estimación de la matriz de varianzas-covarianzas	Cuasi-máxima verosimilitud de Bollerslev y Woodridge (1992)

Los resultados de estimación son los siguientes:

	Parámetros	Desv Típica Parámetros	z-estadística	Prob.
MU(1)	0.000759	0.000257	2.946123	0.0016
THETA(1)	0.121791	0.023547	5.172222	0.0000
OMEGA(1)	2.81E-05	3.33E-05	0.844246	0.1993
ALPHA(1)	0.086868	0.013871	6.262650	0.0000
GAMMA(1)	0.201559	0.066724	3.020775	0.0013
DELTA(1)	1.577905	0.254133	6.208980	0.0000
BETA(1)	0.892943	0.014849	60.13360	0.0000
Log máximaverosimilitud	6451.792	Akaike info criterion		-6.120410
Media log máximaverosimilitud	3.063529	Schwarz criterion		-6.101622

En este modelo todos los coeficientes calculados son significativamente distintos de cero, salvo el término constante de la especificación de la desviación típica elevada a delta. El contraste de restricción de coeficientes de Wald no acepta la hipótesis nula de valor nulo de este término omega salvo para el 25% de las ocasiones, valor que, si bien está muy por debajo del 5% deseable, nos inclina a mantener el término por su significación económica. Para el resto de los coeficientes, la restricción de nulidad es inaceptable para valores de probabilidad superiores al 99%. (según el mismo tipo de contraste).

El valor obtenido del coeficiente añadido en el modelo A-PARCH resulta bastante más próximo al cuadrado que el resultante en la experiencia de Ding (1992); pero aún así, su valor de 1.57 y su clara significación son una llamada de atención sobre la dudosa idoneidad de realizar una especificación directamente en términos al cuadrado de la varianza. Parece que los resultados son concluyentes de lo contrario, ya que el máximo de la función de verosimilitud se logra con un valor de este parámetro distinto a dos.

La constatación previa de la no normalidad de la serie modelizada hace necesario comprobar cuál sería el valor de la estimación empleando la forma, en principio, más adecuada; es decir, la distribución t-student para la determinación de los parámetros como maximización de la función verosímil.

	Parámetros	Desv Típica Parámetros	z-estadística	Prob.
MU(1)	0.000794	0.000250	3.170371	0.0008
THETA(1)	0.118838	0.023044	5.157032	0.0000
OMEGA(1)	4.06E-05	6.23E-05	0.652246	0.2571
ALPHA(1)	0.094436	0.016743	5.640204	0.0000
GAMMA(1)	0.227925	0.082036	2.778356	0.0027
DELTA(1)	1.426959	0.334190	4.269907	0.0000
BETA(1)	0.898024	0.016784	53.50594	0.0000
TDF(1)	11.08152	1.638363	6.763774	0.0000
Log máximaverosimilitud	6478.907	Akaike info criterion		-6.145211
Media log máximaverosimilitud	3.076404	Schwarz criterion		-6.123739

Se puede observar directamente que la diferencia de estimación considerando la distribución normal (aunque empleando la estimación eficiente de la matriz de varianzas covarianzas de Bolerslev y Woodridge -1992-) y la distribución t-student es prácticamente nula en los valores de los parámetros calculados aunque, el valor del logaritmo máximo verosímil obtenido es algo mayor. Donde sí se aprecia un valor notablemente más parecido al que obtenían otros autores para índices americanos o de otros países europeos es el valor del parámetro delta o de la potencia simétrica a aplicar. Ahora estaríamos hablando de un valor de 1.43 frente al 1.58 previo.

5. APLICACIÓN DEL MODELO GJR-ARCH A LA SERIE DIARIA DE RENDIMIENTOS DEL IBEX-35

Como ya se ha comentado sobradamente en la sección correspondiente al modelo propuestos por Glosten, Jagannathan y Runkle (1993), estos autores proponen contrastar las siguientes especificaciones:

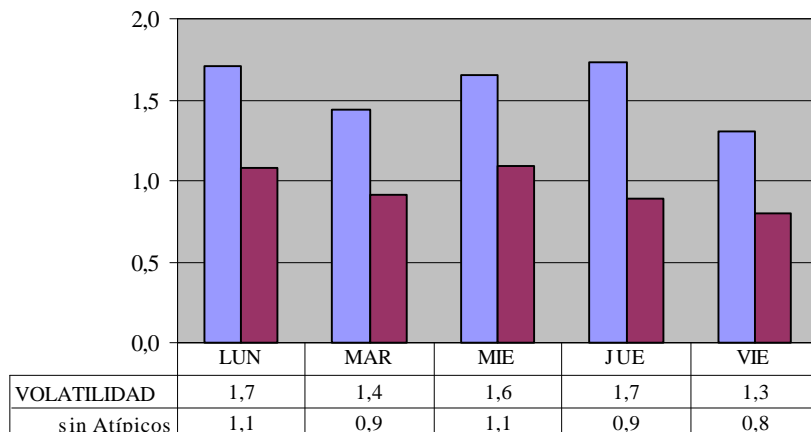
Modelos propuestos en Glosten y otros (1993)

Modelos	Especificación	Comentario
Modelo I GARCH-M	$z_t = a_0 + a_1 h_{t-1} + e_t$ $h_{t-1} = a_0 + a_1 e_{t-1}^2 + b_1 h_{t-2}$	Modelo tradicional de Bollerslev
Modelo II GARCH-M Ampliado	$z_t = a_0 + a_1 h_{t-1} + e_t$ $h_{t-1} = a_0 + a_1 e_{t-1}^2 + b_1 h_{t-2} + b_2 r_f$	Introducción de más variables explicativas en la varianza condicional (por ejemplo, interés sin riesgo)
Modelo III Shocks Asimétricos	$z_t = a_0 + a_1 h_{t-1} + e_t$ $h_{t-1} = a_0 + a_1 e_{t-1}^2 + a_2 e_{t-1}^2 I_{t-1} + b_1 h_{t-2}$	Diferenciación del impacto de innovaciones pasadas negativas o positivas
Modelo IV Factores Estacionales	$z_t = a_0 + a_1 h_{t-1} + e_t$ $h_{t-1} = a_0 + a_1 h_{t-1}^2 + a_2 h_{t-1}^2 I_{t-1} + b_1 h_{t-2}$ $e_t = (1 + I_1 EST1_t + I_2 EST2_t) h_t$	Incorporación de los efectos estacionales típicos de los mercados bursátiles
Modelo V Estructura E-GARCH	$z_t = a_0 + a_1 h_{t-1} + e_t$ $\log(h_{t-1}) = a_0 + a_1 h_{t-1}^2 / \sqrt{h_{t-2}} + a_2 h_{t-1}^2 I_{t-1} / \sqrt{h_{t-2}}$ $+ b_1 \log(h_{t-2})$	Forma logarítmica (forzar valores positivos) y término EGARCH (romper la proporcionalidad en el impacto de innovaciones anormalmente altas)

La aportación más original del modelo GJR-ARCH se refiere a la incorporación de la perturbación desestacionalizada en la estimación de la varianza condicional. Efectivamente, es común en los análisis de tipo financiero hacer referencia a volatilidades con una particular estacionalidad, tanto en la frecuencia mensual, como en la frecuencia semanal.

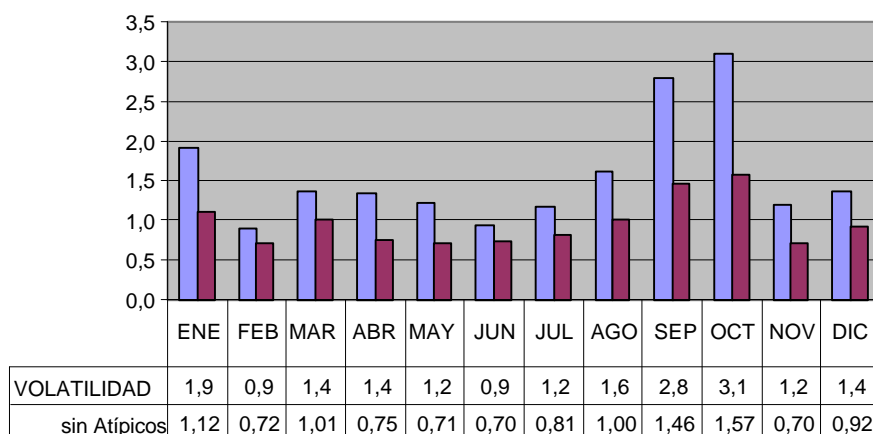
Para comprobar las posibles diferencias debidas al día de la semana o al mes al que se refiera el dato, se ha calculado la volatilidad media (varianza) en el rendimiento sobre el día anterior tanto para cada día de la semana como para mes del año. Los resultados, que aparecen en las gráficas posteriores, se resumen en lo siguiente:

- en el espacio de los cinco días hábiles normales de la semana (de lunes a viernes, ambos inclusive, en la bolsa de Madrid), los valores de la varianza más significativos se producen los lunes y los jueves, aunque las diferencias con el resto de los días son apenas imperceptibles. Más aún, cuando se eliminan de la serie de cálculo todos aquellos días que han tenido un crecimiento especialmente alejado del comportamiento normal (atípicos)³, las diferencias entre los diferentes días de la semana aún son menos perceptibles, aunque sí es verdad que el lunes sigue figurando como el día más volátil. Diversos analistas dicen de esta realidad empírica que no es más que un reflejo lógico del día que, en todos los casos, tiene un período de maduración de los activos no inferior a los tres días (desde, por lo menos, el viernes, hasta el lunes, con dos días intermedios sin actividad bursátil en Madrid).



- Para el caso de los meses (realizando nuevamente el estudio anterior sobre varianzas y atípicos) las diferencias en la volatilidad de cada mes sí son mucho más representativas. Tanto en términos absolutos, como descontados los atípicos habidos durante estos diez años, parece clara la observación de que los meses de septiembre y octubre son los más volátiles del año. Comparando con los valores previos y posteriores, también es importante la volatilidad registrada en el mes de enero respecto a diciembre o a febrero., aunque, en ningún caso, la volatilidad de este mes es tan grande como la observada en los dos casos anteriormente descritos.

³ De cara a este análisis, se han considerado atípicos todos aquellos puntos de crecimiento Inter-día que estuvieran por encima o por debajo de ± 2 veces la desviación típica de la serie de crecimientos correspondientes a ese día de la semana o a ese mes.



Hay que destacar que, en la tabla de la gráfica superior, se puede apreciar claramente como los meses de febrero y de noviembre representan la mayor diferencia en volatilidad respecto a cualquier otro. En el primer caso, de una varianza en el valor del rendimiento de casi dos puntos, se pasa a un punto (de 1.9 a 0.9) y, en el mes de noviembre, de una varianza de más de tres puntos a casi uno (de 3.1 a 1.2).

De los modelos propuestos por Glosten y otros (1993) de cara a la especificación que aquí hacemos tiene sentido hablar del cuarto y del quinto, ya que los primeros son planteamientos de contraste más teóricos que aplicados. Es importante entonces especificar la forma que se estima y, posteriormente, se contrasta. El modelo elegido es el siguiente:

$$LNPRECIO_t = m + J e_{t-1} + g_1 h_{t-1} + e_t$$

$$h_{t-1} = w + a_1 h_{t-1}^2 + a_2 h_{t-1}^2 I_{t-1} + g_2 LNletras_{t-1} + b_1 h_{t-2}$$

$$e_t = (1 + I_1 Febrero_t + I_2 Junio_t + I_3 Noviembre_t) h_t$$

donde:

Febrero, junio y noviembre son variables ficticias que toman valor uno si estamos ante una observación del mes que les da nombre y cero en el resto de los casos.

Algo más arriba ya se comentaba la particularidad que suponen los meses de febrero y noviembre respecto a sus inmediatamente anteriores, hecho que marca en estos períodos estacionales un valor diferencial que la estimación estadística refrenda. Añadir también la variable junio es un hecho meramente empírico. Detrás de este hecho también hay que decir que se puede encontrar en estos tres meses los valores de volatilidad sin atípicos más cercanos entre sí. Por supuesto, mayo también está próximo al valor de 0.70 que registra la volatilidad calculada para los elegidos, pero el parámetro no es significativo cuando se realiza la estimación, por lo que se ha suprimido.

La variable "I" es especialmente importante, siendo una ficticia creada posteriormente a la estimación del modelo en media con valor uno cuando el error del período precedente a un "t" genérico fue positivo y cero en el resto de los casos. Esta variable es básica en el contexto de los mercados financieros, donde la recepción de una "noticia" sobre una infravaloración del rendimiento en el período anterior produce un efecto diferente a la sobrevaloración. Sin duda, es un hecho plenamente contrastado que los mercados financieros son asimétricos ante subidas y bajadas:

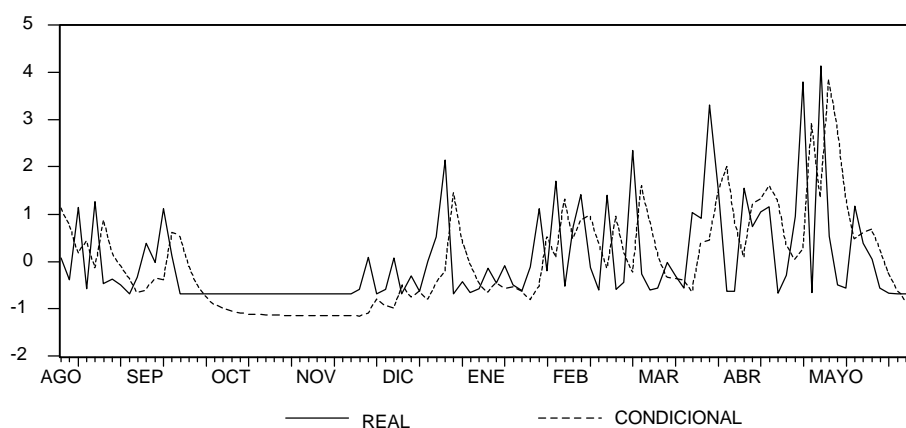
las "noticias negativas" producen descensos mucho más rápidos y profundos que las "noticias positivas".

La variable Lnletras recoge la variación logarítmica de un período a otro del tipo de interés de las letras del Tesoro a un año. Esta variable es básica en un modelo de rentabilidades por ser entendida como el "valor suelo" o la rentabilidad mínima exigible por ser la "sin riesgo". Estadísticamente, la disponibilidad de esta variable es media mensual, por lo que aquí se ha utilizado igual que lo hiciera primeramente Engle y Lillien (1986) y multitud de autores posteriormente: se ha tomado el valor de la media mensual para todas las observaciones del rendimiento de bolsa correspondientes a cada mes.

Los resultados de la estimación se muestran en el cuadro adjunto:

	Parámetros		Desv. Típica	z-etadística	Probab.
			Parámetros		Par. nulos
Modelo Varianza	OMEGA(1)	9.27E-06	6.35E-07	14.60031	0.0000
	ALPHA(1)	0.262856	0.035469	7.410960	0.0000
	BETA(1)	0.617152	0.024215	25.48654	0.0000
	GAMMA(2)	-4.28E-05	8.40E-06	-5.092505	0.0000
	ALPHA(2)	0.191129	0.052719	3.625410	0.0001
Modelo de la media	MU(1)	0.000847	0.000265	3.195134	0.0007
	THETA(1)	0.148790	0.026034	5.715122	0.0000
	GAMMA(1)	0.192257	0.094527	2.010589	0.0376
Modelo del error desestacionalizado	LAMBDA(2)	-0.996109	0.311663	-3.196113	0.0007
	LAMBDA(3)	-1.002544	0.500778	-2.001974	0.0226
	LAMBDA(4)	-0.992235	0.163597	-6.065105	0.0000
Log. Máximaverosimilitud	6839.065	Criterio info	Akaike	-6.484392	
Media Log. Máximav.	3.247419	Criterio Schwarz		-6.454868	

Gráfico de datos estandarizados de varianza real y varianza condicional estimada



La naturaleza de los modelos financieros observada por Nelson (1992) determina en muchas ocasiones la necesidad de incluir de forma expresa un sistema de especificación logarítmica que reproduzca fielmente el comportamiento asimétrico a la par que asegure la generación de una

varianza siempre positiva. La modificación al modelo anterior para incluir esta circunstancia se indica del siguiente modo:

$$LNPRECIO_t = \omega + g_1 h_{t-1} + e_t$$

$$\log(h_{t-1}) = a_0 + a_1 h_{t-1}^2 / \sqrt{h_{t-2}} + a_2 h_{t-1}^2 I_{t-1} / \sqrt{h_{t-2}}$$

$$+ g_2 LNletras + b_1 \log(h_{t-2})$$

$$e_t = (1 + I_1 Febrero_t + I_2 Junio_t + I_2 Noviembre_t) h_t$$

donde se ha introducido como variable a estimar el logaritmo de la varianza condicional en vez de su valor natural. Las variables accesorias son las mismas que antes, obteniendo los siguientes resultados:

		Parámetros	Desv. Típica Parámetros	z-etadística	Probab. Par. nulos
Modelo Varianza	OMEGA(1)	0.114046	0.017431	6.542857	0.0000
	ALPHA(1)	12.43398	1.532294	8.114618	0.0000
	BETA(1)	0.783502	0.015352	51.03563	0.0000
	GAMMA(2)	-0.111083	0.103899	-1.069139	0.1425
	ALPHA(2)	6.034585	1.875334	3.217871	0.0006
Modelo de la media	MU(1)	0.000946	0.000280	3.373771	0.0004
	THETA(1)	0.165177	0.023989	6.885521	0.0000
	GAMMA(1)	0.103190	0.047619	2.101778	0.0215
Modelo del error desestacionalizado	LAMBDA(2)	-0.994621	0.492685	-2.018778	0.0218
	LAMBDA(3)	-1.000671	0.814833	-1.228070	0.1097
	LAMBDA(4)	-1.007284	0.549463	-1.833214	0.0334
	Log. Máximaverosimilitud	6773.257	Akaike info criterion		-6.421897
	Media Log. Máximav.	3.216172	Schwarz criterion		-6.392373

En el apartado de comparación y capacidad predictiva entre modelos quedará patente la escasa ganancia que supone la estimación considerando el logaritmo por lo que, por la complejidad de su convergencia, se optará por la primera especificación.

6. UNA PROPUESTA ALTERNATIVA: MODELO GJR INTRODUCIENDO EL ÓPTIMO DE DESFASE DE CORRELACIÓN TIPO APARCH

Los resultado de estimar ambos modelos nos llevan a una conclusión difícil:

Por un lado, el modelo GJR da lugar a un mayor ajuste y el seguimiento del fenómeno que nos ocupa (la volatilidad condicional) parece estar mucho más en consonancia con la volatilidad observada.

Por otro lado, el modelo sugerido por Ding (1993) tiene buena lógica en el contexto de la serie del Ibex-35, donde la evidencia de correlación sobre valores con potencias asimétricas están plenamente justificados. No se puede sostener una potencia cuadrada cuando la que es estadísticamente óptima está en torno a 1,5 o algo por debajo.

En este contexto, se plantea la estimación de un nuevo modelo que se formularía del siguiente modo:

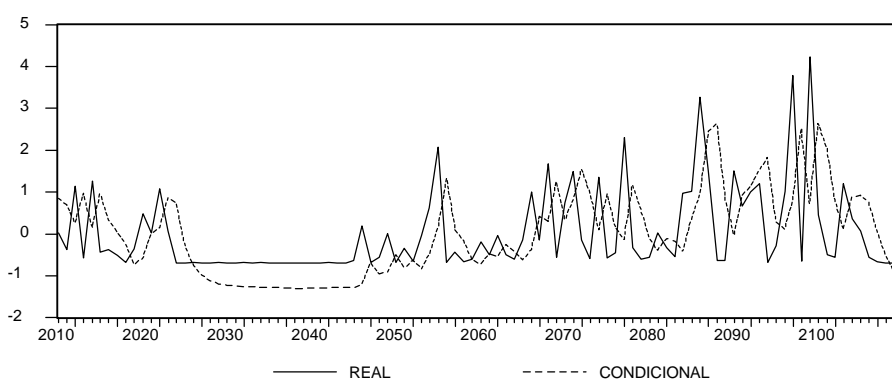
$$LNPRECIO_t = \mathbf{m} + \mathbf{J}e_{t-1} + \mathbf{g}_1 h_{t-1}^d + e_t$$

$$h_{t-1}^d = \mathbf{w} + \mathbf{a}_1 |h_{t-1}^2| + \mathbf{a}_2 h_{t-1}^d I_{t-1} + \mathbf{g}_2 LNletras_{t-1} + \mathbf{b}_1 h_{t-2}^d + \mathbf{g}_3 FIC$$

$$e_t = (1 + I_1 Febrero_t + I_2 Junio_t + I_2 Noviembre_t) h_t$$

Respecto a los anteriores ha sido necesario introducir una variable ficticia para corregir tres cambios extraordinarios de tendencia y de cuantía que se produjeron el 13 mayo de 1993 (reunión de los Jefes de Estado y de Gobierno en Maastricht con acuerdo sobre el Tratado de la Unión Europea), 5 de abril de 1994 y 29 de octubre de 1997 (punto culmen de la crisis asiática). En las tres jornadas se produjo un cambio radical de la tendencia de valores continuados de caída en dos semanas seguidas a subidas de más del 5% en un solo día. La variable introducida es uno en estas observaciones y cero para el resto. Además del fuerte diferencial que suponen sobre el día anterior, es importante señalar que el crecimiento sobre la sesión anterior de cada una de estas tres sesiones se sitúa entre los cinco mayores de los nueve años recogidos en el estudio (en cambio de negativo a positivo).

	Parámetros		Desv. Típica Param.	z-etadística	Prob.
Modelo de la media	MU(1)	-0.000198	0.000486	-0.407234	0.3419
	THETA(1)	0.161020	0.036081	4.462691	0.0000
	GAMMA(1)	0.229354	0.122264	1.877818	0.0312
Potencia asimétrica	DELTA(1)	1.226777	0.164613	7.452509	0.0000
Destacionalización del error	LAMBDA(2)	-0.954520	0.018429	-51.79406	0.0000
	LAMBDA(3)	-1.000601	0.026466	-37.80711	0.0000
	LAMBDA(4)	-0.945238	0.028100	-33.63893	0.0000
Modelo de la varianza	OMEGA(1)	0.000322	0.000329	0.978308	0.1640
	ALPHA(1)	0.161389	0.113416	1.422984	0.0774
	BETA(1)	0.571101	0.025516	22.38208	0.0000
	GAMMA(2)	0.000946	0.000791	1.196547	0.1157
	PARFIC(1)	0.018716	0.010058	1.860793	0.0314
Log máximaverosimilitud	6917.023	Criterio info Akaike			-6.557476
Media log máximaverosimilitud	3.284436	Criterio Schwarz			-6.525268



Nótese que en el modelo propuesto el valor del logaritmo de máxima verosimilitud es el mayor de cuantos se hayan presentado. Aún así, hay que indicar que alguna de las variables importantes hasta el momento deja de ser significativa (Lnletras)

Es interesante reseñar que el parámetro delta (la potencia asimétrica que enunciaba Ding) se presenta en el valor 1.22, ya en valores similares a los que se han estudiado para el caso del S&P 500 y otros índices.

El modelo presenta un grado de ajuste entre volatilidad real y volatilidad condicional mucho más preciso que el de los modelos anteriores. En el gráfico se presentan las últimas cien observaciones de este índice, quedando patente como la volatilidad condicional replica la observada con un cierto adelanto más o menos constante; es decir, la variable varianza condicional, traducida como volatilidad que conoce el inversor en el día que opera y que, por tanto, aplica para determinar su riesgo como una explicativa más, está replicando en cierta forma la volatilidad observable previamente pero ahora de forma exacta, no aleatoria.

7. CONTRASTES SOBRE LA CAPACIDAD PREDICTIVA DE LOS MODELOS (BÁSICOS DEL ERROR)

Para determinar diferencias significativas entre los diversos modelos ARCH posibles, algunos autores recogen distintas funciones de pérdida que evalúan la gravedad del error cometido. De entre ellos, los más comunes son los que desarrollaron Hamilton y Susmel (1994)ⁱ y que se resumen en las siguientes cuatro propuestas:

	<i>Directo</i>	<i>Valores Absolutos</i>
<i>Errores</i>	$MSE = \frac{\sum_{t=1}^T (e_t^2 - h_t)^2}{T}$	$MAE = \frac{\sum_{t=1}^T e_t^2 - h_t }{T}$
<i>Logaritmo de errores</i>	$LMSE = \frac{\sum_{t=1}^T (\ln(e_t^2) - \ln(h_t))^2}{T}$	$LMAE = \frac{\sum_{t=1}^T \ln(e_t^2) - \ln(h_t) }{T}$

Donde h_t es la varianza condicional de e_t^2

Obviamente, el método de estimación hace especialmente relevante el valor obtenido del logaritmo de verosimilitud para comprobar la bondad relativa del modelo elegido.

Para los modelos que se han presentado, los resultados son los siguientes

Modelo	MSE	MAE	LMSE	LMAE	LOG MÁX-VEROSIM
AP-Arch	1.06*10⁻⁷	1.5410 ⁻⁵	7.16	1.82	6451.792
AP-Arch (t-student)	1.06*10⁻⁷	1.55*10 ⁻⁵	7.16	1.81	6.478,907
GJR - Arch	1.15*10 ⁻⁷	1.50*10 ⁻⁵	37.98	4.13	6.839,066
GJR-Arch logarítimico	1.39*10 ⁻⁷	2.76*10 ⁻⁵	44.91	4.34	6379.525
GRJ-APARCH	1.06*10⁻⁷	1.39*10⁻⁵	3.74	3.90	6917.023

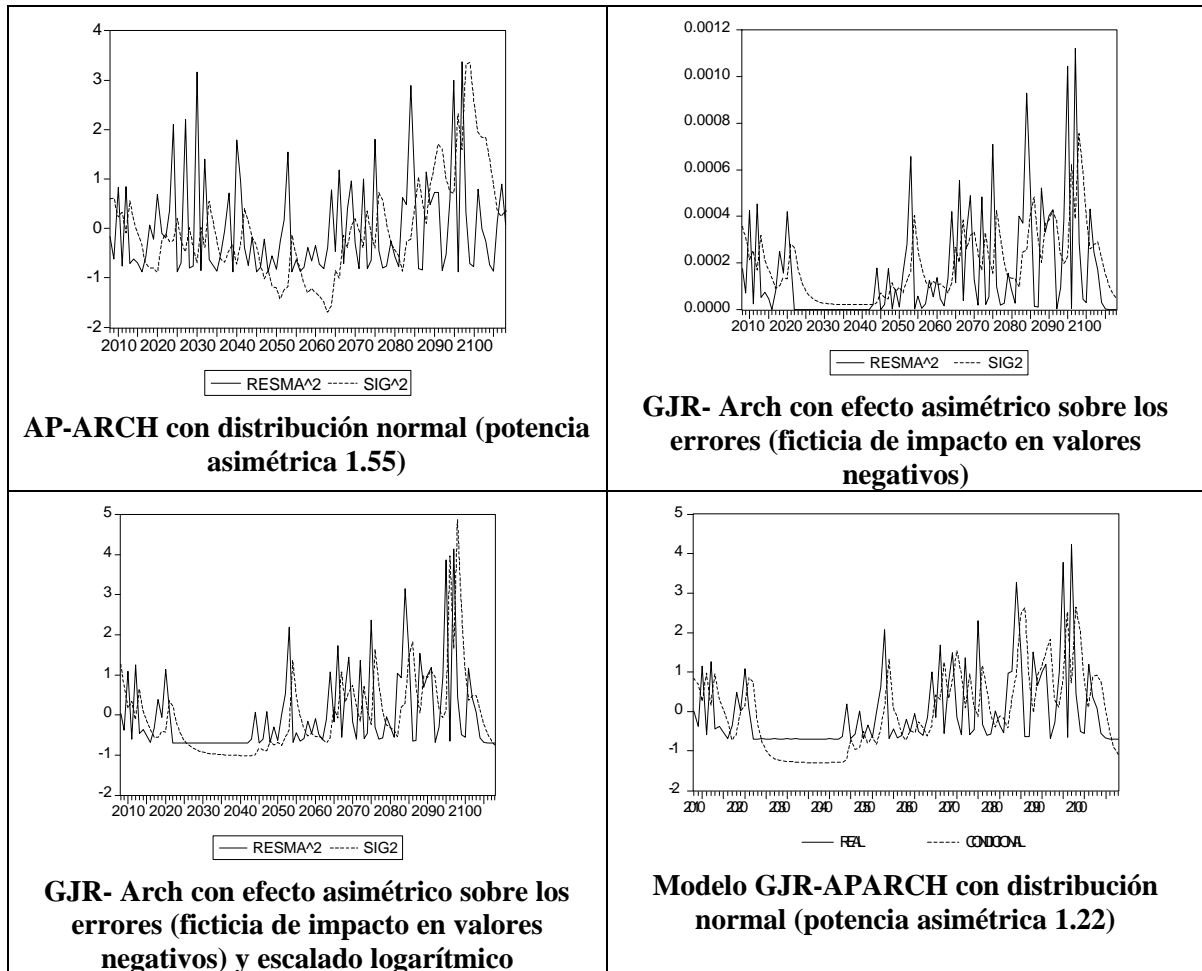
A la vista de los resultados, se pueden destacar las siguientes conclusiones:

- El error por empleo de una función de distribución normal en vez de una, quizá más apropiada, t de Student no parece afectar de un modo importante a estos estadísticos,

siendo muy similares los resultados obtenidos con los dos primeros modelos y habiendo una escasa ganancia en la función máximo verosímil obtenida.

- Los modelos tipos AP-ARCH generan un buen ajuste del modelo en media, lo que determina sus buenos resultados en términos de logaritmos de los errores. Nótese que el combinado de GJR-ARCH y AP-ARCH es el que muestra un mayor número de contrastes favorables, aunque el logaritmo del valor absoluto favorece más al AP-ARCH.
- La función máximo verosímil mayor obtenida se corresponde con el modelo que se propone de "forma novedosa", siendo este criterio el que todos los autores entienden como más relevante para la elección de un modelo u otro de este tipo.

Gráficos de ajuste entre varianza condicional y la observada



A la luz de la poco fiable comparación gráfica, pero interesante de cara a la predicción, la diferencia en mejoría del último modelo presentado frente a los previos es evidente.

8. CONCLUSIONES PRELIMINARES

A falta de realizar un esquema de contrastación más estricto, del presente ejercicio de investigación se pueden extraer algunas conclusiones:

La ventaja de los modelos tipo ARCH para recoger elementos económicos recurrentes en las series financieras (*stylized facts*) es evidente. Factores hartamente estudiados como la importancia de la volatilidad en la medición del riesgo y las implicaciones de este a la hora de determinar el diferencial de rentabilidad que se le exige a un activo no seguro sobre el activo público libre de riesgo, encuentran claro reflejo en este tipo de modelos. Los factores de "contagio financiero" (períodos volátiles vienen precedidos de otros del mismo modo y períodos tranquilos de períodos del mismo tipo) quedan perfectamente descrito con estos modelos no lineales. Por otro lado, el carácter asimétrico de la respuesta ante movimientos a la baja y a la subida también queda plenamente modelizado.

A lo largo de los ya dieciocho años de vigencia de estos modelos, las diferentes aportaciones y desarrollos sobre el modelo original de Engle (1982) han sido muchas, tanto en el campo de las características estadísticas y su buena estimación como en el campo de la aplicación práctica de este tipo de modelos.

En esta investigación se presta especial atención a la aproximación hecha por Glosten, L. Jagannathan, R. Runkle D. (1993), que incorporan al modelo habitual el carácter de los factores estacionales cuya evidencia empírica es innegable, así como los avances en la técnica logrados hasta el momento. En este artículo, se ha puesto de manifiesto la importancia del mes en el que nos encontramos para determinar un comportamiento más o menos volátil. Con el análisis descriptivo y el análisis estadístico, se encontró claramente significativo tener en cuenta los meses de febrero, junio y noviembre por su hecho diferencial en cuanto a la volatilidad (son más tranquilos en modo absoluto y relativo).

Tal y como señalaba Ding (1993) decidir apriorísticamente el emplear una potencia dos en el estudio de la heterocedasticidad condicional autorregresiva no deja de ser incongruente con la realidad. Empíricamente, el valor que muestra mayores correlaciones en la serie de potencias del residuo estimado se encuentra entre 1.25 y 1.6, y no en 2, como se presupone por hablar de la varianza. El paso obvio es emplear entonces esta potencia y no la cuadrada y los resultados son favorables (el modelo converge y muestra valores altamente significativos en los estadísticos de aceptación del parámetro no nulo tipo test de Wald). De cara a la predicción, sin embargo, su nivel de ajuste no es óptimo, por su carácter fuertemente "aplanador".

Los resultados del modelo tipo GJR-ARCH aplicado nos han permitido observar un buen seguimiento de las puntas y valles de la volatilidad observada y el modelo AP-ARCH la correlación potencial asimétrica. Con el fin de unir las buenas características de ambos modelos, se ha procedido a la estimación de un modelo GJR-APARCH que da lugar a resultados mejores que con cualquiera de los dos anteriores de modo separado. El modelo propuesto es óptimo comparando con una potencia de valor 1.22 sobre el valor absoluto del error observado en la modelización de la media.

ANEXO: Programas E-views creados para las estimaciones utilizadas en el estudio

MODELO GJR-APARCH

' SE LE INCORPORAN LAS VARIANTES GJR-ARCH (DESESTACIONALIZACIÓN DEL ERROR E INTRODUCCIÓN DE LA VARIABLE DEL RENDIMIENTO DE LAS LETRAS DEL TESORO COMO EXPLICATIVA DE LA VARIANZA CONDICIONAL (LA VOLATILIDAD)

```
' get data
load "c:\evIEWS3\ibex35.wf1  "
smpl @all
```

```
series y = lnprecio
series i=0
```

' Se establecen dos submuestras: una primera observación para dar los valores iniciales
' y el resto para la estimación

```
sample s0 2 2
sample s1 3 2108
smpl s1
```

' Declaración de los vectores de coeficientes que se usan en el ARCH likelihood

```
coef(1) mu = .1
coef(1) theta = .1
coef(2) omega = .1
coef(2) alpha
alpha(1) = .1
alpha(2)=0.1
coef(1) beta = .1
coef(1) gamma=0.2
coef(1) chi=0
```

' Inicialización de los parámetros con un ma(1)

```
equation eq_temp.ls y c ma(1)
mu(1) = eq_temp.c(1)
theta(1) = eq_temp.c(2)
omega(1) = eq_temp.@se^2
genr res=resid
```

' Inicialización de los parámetros para desestacionalización del error con MCO

```
equation eq_temp2.ls res c febrero junio noviembre
coef(4) lambda
lambda(1)=eq_temp2.c(1)
lambda(2)=eq_temp2.c(2)
lambda(3)=eq_temp2.c(3)
lambda(4)=eq_temp2.c(4)
```

' Generación de la serie "i", ficticia con valor uno si la innovación es negativa y cero en el resto.

```
for !cou=1 to 2107
  smpl 1+!cou 1+!cou
  scalar a=resid(1+!cou)
  if a<0 then
    i=1
  endif
endif
next
```

' valores muestrales para iniciar el logaritmo

```
smpl s0
series sig2 = omega(1)
series resma = 0
```

' Modelo ARCH

```
logl ll1
ll1.append @logl logl
```

' Especificación de la varianza

```
ll1.append sig2 = omega(1)+alpha(1)*resma(-1)^2 +beta(1)*sig2(-1)+chi(1)*lnletras+alpha(2)*resma(-1)^2*i(-1)
```

'Especificación del error

```
ll1.append res =y-mu(1) - theta(1)*resma(-1)-gamma(1)*sig2(-1)
```

' Desestacionalización del error

```
ll1.append resma =res*(1+lambda(2)*febrero+lambda(3)*junio+lambda(4)*noviembre)
```

' Error estandarizado (dividido por la desv típica)

```
ll1.append z = resma/@sqrt(sig2)
```

' Logaritmo de la función normal

```
ll1.append logl = log(@dnorm(z)) - log(sig2)/2
```

' Estimación y resultados

```
smpl s1
ll1.ml(m=500,d)
show ll1.output
```

' Determinación de algunos estadísticos sobre el error

```
genr difer=resma^2 - sig2
scalar mse=1/2108* @sumsq(difer)
scalar mae=1/2108* @sum( @abs(difer))
genr diferp=(resma^2 - sig2)/sig2
```

```
scalar pmae=1/2108*@sum(@abs(diferp))*100
```

```
genr difer=log(resma^2) - log(sig2)
```

```
scalar lmse=1/2108*@sumsq(difer)
```

```
scalar lmae=1/2108*@sum(@abs(difer))
```

```
smpl 2008 2108
```

```
plot resma^2 sig2
```

MODELO A-PARCH

' Modelo a-parch sobre la serie lnprecio al que se le aplicó un ma(1) en la media

' Carga de datos

```
load "c:\evIEWS3\ibex35.wf1  "
smpl @all
```

```
series y = lnprecio
```

' Se establecen dos submuestras: una primera observación para dar los valores iniciales y el resto para la estimación

```
sample s0 2 2
sample s1 3 1876
smpl s1
```

' Declaración de los vectores de coeficientes que se usan en el ARCH likelihood

```
coef(1) mu = .1
coef(1) theta = .1
coef(1) omega = .1
coef(1) alpha = .1
coef(1) gamma=.1
coef(1) beta = .1
coef(1) delta=1
```

' Valores iniciales recogidos del modelo sobre la GARCH(1,1)

```
equation eq_temp.arch y c ma(1)
```

```
mu(1) = eq_temp.c(1)
theta(1) = eq_temp.c(2)
omega(1) = eq_temp.@se^2
alpha(1) = eq_temp.c(4)
beta(1) = eq_temp.c(5)
```

' Valores iniciales de la series (período premuestral) al logaritmo de verosimilitud (logl)

```
smpl s0
series sig = @sqrt(omega(1))^delta(1)
series resma = 0
```

' Especificación del logaritmo y del A-PARCH

```
logl ll1
ll1.append @logl logl
```

' Residuo del modelo MA(1) debido al término constante

```
ll1.append res = y-mu(1)
```

' Residuo del MA(1) completo (el de la constante y el del término ma)

```
ll1.append resma = res - theta(1)*resma(-1)
```

```
' Modelo A-PARCH(1,1)
```

```
ll1.append sig = (omega(1)+alpha(1)*(@abs(resma(-1)) -gamma(1)*resma(-1))^delta(1)  
+beta(1)*(sig(-1))^delta(1))^(1/delta(1))
```

```
' Error estandarizado (dividido por la desviación típica muestral)
```

```
ll1.append z = resma/(sig)
```

```
' Logaritmo de la función normal
```

```
ll1.append logl = log(@dnorm(z)) - log(sig^2)/2
```

```
' Estimación y resultados en pantalla. Con la "b" se emplea el BHHH  
' y con la "d" se muestra el output
```

```
smpl s1  
ll1.ml(b,d)  
show ll1.output
```


MODELO GJR-APARCH

' Carga de datos

```
load "c:\evIEWS3\ibex35.wf1  "  
smp1 @all  
series y = lnprecio  
series i=0  
series res=0
```

' Se establecen dos submuestras: una primera observación para dar los valores iniciales ' y el resto para la estimación

```
sample s0 2 2  
sample s1 3 2108  
smp1 s1
```

' Declaración de los vectores de coeficientes que se usan en el ARCH likelihood

```
coef(1) mu = .1  
coef(1) theta = .1  
coef(2) omega = .1  
coef(2) alpha  
alpha(1) = .1  
alpha(2)=0.1  
coef(1) beta = .1  
coef(1) gamma=0.2  
coef(1) chi=0  
coef(1) delta=1  
coef(1) parfic=1
```

' Valores iniciales recogidos del modelo sobre la GARCH(1,1)

```
equation eq_temp.arch y c ma(1)  
mu(1) = eq_temp.c(1)  
theta(1) = eq_temp.c(2)  
omega(1) = eq_temp.@se^2  
alpha(1) = eq_temp.c(4)  
beta(1) = eq_temp.c(5)
```

' Valores iniciales de los coeficientes de destacionalización del error MCO

```
equation eq_temp2.ls res c febrero junio noviembre  
coef(4) lambda  
lambda(1)=eq_temp2.c(1)  
lambda(2)=eq_temp2.c(2)  
lambda(3)=eq_temp2.c(3)  
lambda(4)=eq_temp2.c(4)
```

' Generación de la serie "i", ficticia con valor uno si la innovación es negativa y cero en el resto.

```
for !cou=1 to 2107  
smp1 1+!cou 1+!cou  
scalar a=resid(1+!cou)  
if a<0 then
```

```
i=1
endif
next
```

' Valores muestrales para iniciar el logaritmo de verosimilitud

```
smpl s0
'series sig2 = omega(1)
series sig = @sqrt(omega(1))
series resma = 0
```

' MODELO ARCH

```
logl ll1
ll1.append @logl logl
```

' Modelo

' Especificación del error

```
ll1.append res = y-mu(1) - theta(1)*resma(-1)-gamma(1)*sig(-1)^delta(1)
```

' Desestacionalización del error

```
ll1.append resma = res*(1+lambda(2)*febrero+lambda(3)*junio+lambda(4)*noviembre)
```

' Especificación de la ecuación de la desviación típica elevada a delta

```
ll1.append sig =(omega(1)+alpha(1)*@abs(resma(-1))+beta(1)*sig(-1)^delta(1)+chi(1)*Inletras^(1/delta(1))+parfic(1)*fic336
```

' Error estandarizado (dividido por la desv típica)

```
ll1.append z = resma/sig
```

' Logaritmo de la función normal

```
ll1.append logl = log(@dnorm(z)) - log(sig^2)/2
```

' Estimación y resultados

```
smpl s1
ll1.ml(500,c=0.002,d)
show ll1.output
```

' Determinación de algunos estadísticos sobre el error

```
genr difer=resma^2 - sig^2
scalar mse=1/2108*@sumsq(difer)
scalar mae=1/2108*@sum(@abs(difer))
genr diferp=(resma^2 - sig^2)/sig^2
scalar pmae=1/2108*@sum(@abs(diferp))*100
```

```
genr difer=log(resma^2) - log(sig^2)
scalar lmse=1/2108*@sumsq(difer)
scalar lmae=1/2108*@sum(@abs(difer))
smpl 2008 2108
plot resma^2 sig^2
```

9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAILLIE, R.T. y BOLLERSLEV, T (1992): *Prediction in Dynamic Models with Time-Dependent Conditional Variances*. Journal of Econometrics, 58, Pgs: 565-585
- ENGLE, R. Y GONZALEZ-RIVERA, G. (1991): *Semiparametric ARCH Models*. Journal of Business and Economic Statistics, 9. Pgs: 345-359.
- BELSLEY, D. (1979) "*On the efficient Computation of Non-linear Full-Information Maximum Likelihood Estimator*" Paper presentado en en Hallazgos Econométricos de la Sociedad Económica, Atenas.
- BERA, A.K.; HIGGINS, M.L. y LEE, S. (1992): *Interaction between Autocorrelation and conditional Heterokedasticity: a Random Coefficient Approach* Journal of Business and Economic Statistics, 10, Pgs.:133-142.
- BERNDT, HALL, HALL, HAUSMAN (1974): *Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models*. Annals of Economic and Social Measurement, 4. Pgs: 653-665.
- BERNDT, E. HALL B., HALL R. y HAUSMAN, JA (1974): *Estimation Inference in nonlinear Structural Models* Annals of the Economic and Social Measurement, 4. Pgs: 653-665.
- BOLLERSLEV, T. ENGLE, R. y NELSON, D (1994): *ARCH Models*. Robert Engle y D. McFadden editores. Handbook of Econometrics, Vol IV. Elsevier, Amsterdam.
- BOLLERSLEV, T, CHOU, R y KRONNER, K (1992): *Arch Modelling in Finance: A review of the Theory and Empirical Evidence*. Journal of Econometrics, 52. Pgs: 5-59.
- BOLLERSLEV, T. Y WOOLDRIDGE, J.M. (1992): *Quasi maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time Varying Covariances* Econometric Reviews, 11, Pgs: 143-172.
- BOLLERSLEV, T. (1986): *Generalized Autorregresive Conditional Heterocedasticity*, Journal of Econometrics, 51. Pgs: 307-327.
- DICKEY, D y FULLER (1979): *Distribution and Estimators for Autoregressive Time Series with an Unit Root*. Journal of the American Statistical Association, 77. Pgs: 427-431.
- DING, Z. GRANGER, W.J. y ENGLE, R (1993): *A long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model*. Journal of Empirical Finance, 1. Pgs: 83-106.
- DROST, F y KLAASSEN, C. (1997): *Efficient Estimation in Semiparametric GARCH Models*. Journal of Econometrics, 81. Pgs: 193-221.
- ENGLE, R. Y NG, V. (1993): *Measuring and Testing the Impact of News on Volatility*. Journal of Finance, 48. Pgs: 1749-1778.
- ENGLE, R. NG, V. Y ROTHSCHILD, M. (1990): *Asset Pricing with a FACTOR-ARCH Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills*. Journal of Econometrics, 45. Pgs: 213-237.

- ENGLE, R.F., LILIEN D.M y ROBINS, (1986): *Estimating the Time Varying Risk Premia in the Term Structure* Econometrica, 55, Pgs.:391-407.
- ENGLE, R y BOLLERSLEV, T. (1986): *Modelling the Persistence of Conditional Variance* Econometric Reviews 5, 1-50 y 80-87.
- ENGLE, LILIEN Y ROBINS (1986): *Estimating the Varying Risk Premium in the Term Structure: the ARCH-M Model*. Econometrica, 55.II, pgs: 391-407.
- ENGLE, R y BOLLERSLEV, T. (1986): *Modelling the Persistence of Conditional Variance* Econometric Reviews 5, 1-50 y 80-87.
- ENGLE, R.F. (1982): *Autorregresive Conditional Heterocedasticity with Estimates of the Variance of the U.K. Inflation* Econométrica, 50. Pgs: 987-1008
- GEWEKE, J. Y PANTULA, S.(1986): *Modelling the Persistence of Conditional Variances: a comment*. Econometric Review, 5. Pgs: 57-61 y 71-74
- GLOSTEN, L. JAGANNATAHAN, R. RUNKLE D. (1993): *Relationship between the Expected Vaue and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks*. Journal of Finance, 48. Pgs: 1779-1801.
- GOURIEROUX, C. (1992): *Qualitative Threshold ARCH Models* Journal of Econometrics, 52, Vol 1-2. Pgs: 159-199
- HAMILTON, J. Y SUSMEL, R. (1994): *Autorregresive Codnitional Heroskedasticity and Changes in Regime*. Journal of Econometrics, 64. Pgs 307-333.
- HANSEN, L. (1982): *Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators*. Econometrica, 50. Pgs: 109-1054.
- KRAFT, D. Y ENGLE,R. (1982): *Autoregresive Conditional Heteroskedasticity in Multiple Time Series Models*. USCD, Discussion Paper Núm. 82-23.
- MARCK, N. (1988): *Time Varying Betasand Risk Premia in the Pricing of Forward Foreign Exchange Contracts*. Journal of Financial Economics, 22. Pgs: 335-354.
- NELSON, D.B. (1991): *Conditional Heterocedasticity in asset returns: a New Approach*" Econometrica, 59, Pgs: 347-370
- PAGAN, A SCHWERT, G (1990): *Alternative Models for Conditional Stock Volatility*. Journal of Econometrics, 45. Pgs: 267-290.
- TAYLOR, S.J. (1986): *Modelling Financial Time Series*, John Wiley, Chichester, U.K..
- MILHOJ, A. (1984): *The Moment Structure of ARCH Processes*, Research report 94. Institute of Statistics of Copenhagen, Copenhagen.
- WEIS, A (1982); *Asymptotic Theory for ARCH Models: Stability, Estimation and Testing*. Discussion Paper 82-36 (Universidad de California, San Diego, CA).

- NELSON, D.B. (1991): *Conditional Heterocedasticity in asset returns: a New Approach*" *Econometrica*, 59, Pgs: 347-370
- GOURIEROUX, C. y MONTEFOR, A. (1992): *Qualitative Threshold ARCH Models*. *Journal of Econometrics*, 52. Pgs: 159-199.
- PANTULA,S (1984): *Autoregressive Conditionally Heterocedastic Models*. Manuscrito no publicado. Universidad de Carolina del Norte, Dpto. de Estadística.
- RICH, R., RAYMOND, J. y BUTLER, J (1991): *Generalized Instrumental Variables Estimation of Autoregressive Conditional Heteroskedastic Models*.. *Economic Letters*, 35. Pgs: 179-185.
- RUÍZ, E. (1993): *Modelos para series temporales heterocedásticas* Cuadernos Económicos ICE, 56, Pgs: 73-108
- SCHWERT, GW. (1989): *Why does Stock Market Volatility Change over Time?* *Journal of Finance*, 44. Pgs: 1115-1153.
- TAYLOR, S (1986).: *Modelling Financial Time Series* Wiley. New York.
- TSAY, S.J. (1987): *Conditional Heteroskedastic Time Series Models* *Journal of the American Statistical Association*, 82. Pgs: 590-604
- ZAKONIAN, J.M.(1994): *Threshold Heteroskedastic Models*. *Journal of Economic, Dynamics and Control*, 18. Pgs: 931-955.

ⁱ HAMILTON, JD y SUSMEL,R. (1990): *Autoregressive Conditional Heterocedasticity and Changes in Regime* *Journal of Econometrics*, 64. Pgs: 307-333.