

TEMAS ACTUALES

Existen una infinidad de temas actuales, algunos de los cuales son la integración de la psicometría con modelos cognitivos, el análisis factorial para modelos no lineales, el análisis de redes sociales o los métodos bayesianos.

Análisis de redes sociales

Meta-análisis

Procesos psicológicos, aprendizaje y razonamiento

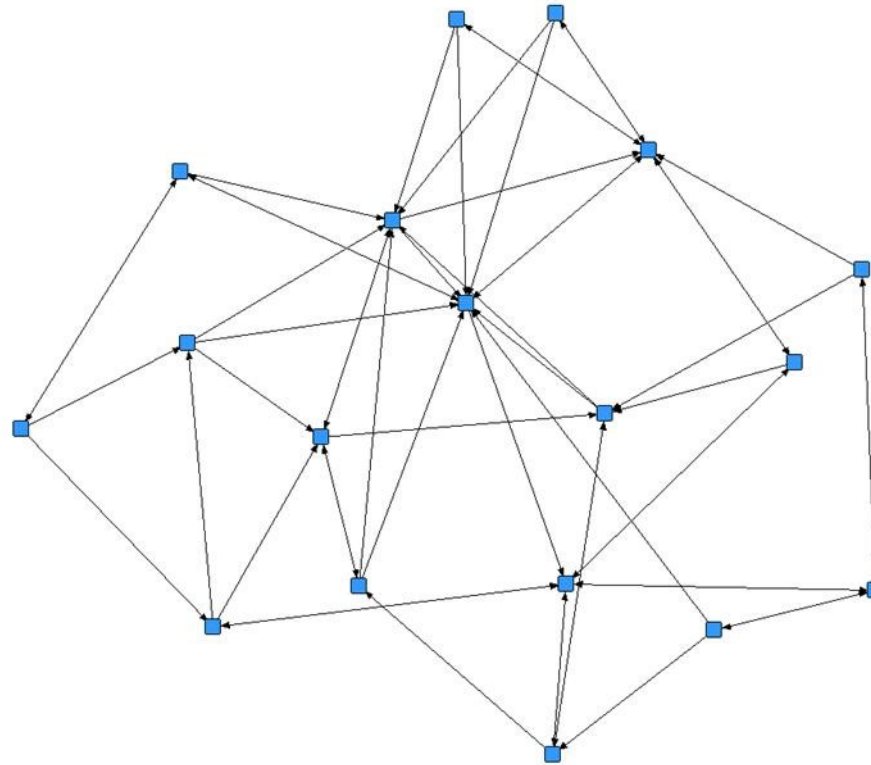
Métodos bayesianos

Psicometría, estadística, nuevos modelos y psicología cognitiva

Una visión general sobre el estado de la psicología matemática

Análisis de redes sociales

El análisis de redes sociales procede de la sociometría y de los modelos estadísticos en sociología, y posteriormente se ha extendido a otras disciplinas como la psicología o la economía. Su propósito es el estudio del comportamiento de las personas dentro de los grupos. La premisa fundamental es que la actuación de los individuos no depende de características personales, sino que viene explicada por la posición que ocupan dentro del grupo y de las relaciones que se establecen entre sus miembros. Matemáticamente se basa en la teoría de grafos, que tiene dos elementos básicos: un conjunto de entidades o agentes, que pueden ser personas, empresas, países, etc., y un conjunto de relaciones entre ellas, como relaciones comerciales, vínculos familiares, etc. Además, las relaciones pueden ser unidireccionales o recíprocas. Cuando la red no es muy grande, puede representarse gráficamente para obtener una representación visual de la misma, como en el siguiente ejemplo:



Algunos conceptos fundamentales en el estudio de redes sociales son los de liderazgo, centralidad, periferia, prestigio, cohesión grupal, roles y poder. Las aplicaciones van desde el estudio de los subgrupos de amistad y enemistad dentro del grupo mayor, pasando por la difusión de información en un grupo, hasta las relaciones entre países.

- Jackson, M. O. (2008). *Social and economic networks*. Princeton: Princeton University Press.
- Wasserman, S. & Faust, K. (1994). *Social network analysis. Methods and applications*. Cambridge: Cambridge University Press.

Meta-análisis

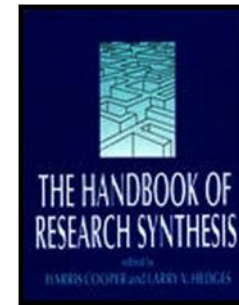
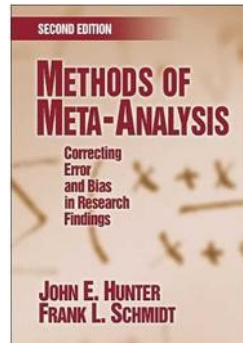
El meta-análisis es una metodología compuesta por una variedad de herramientas estadísticas. Éstas son útiles para analizar y sintetizar los resultados de un conjunto de investigaciones independientes con el objetivo de obtener estimaciones combinadas del tamaño del efecto, así como identificar relaciones entre variables o patrones de covariación del tamaño del efecto con variables moderadoras que caracterizan a los estudios. Su desarrollo ha potenciado el debate sobre el concepto de tamaño del efecto y el desarrollo de múltiples índices diseñados para diferentes contextos del análisis de datos. A veces se usa el término meta-análisis como sinónimo de revisión sistemática, mientras que otras, se entiende por meta-análisis sólo la parte de una revisión sistemática que se refiere al análisis estadístico.

El término meta-análisis, como tal, fue inicialmente aplicado en psicología y educación (Glass, 1976). A partir de la década de los 80, se comenzó a aplicar de forma creciente y se realizaron importantes desarrollos estadísticos (Hedges & Olkin, 1985) y a partir de los 90 se publicaron diversos manuales (por ejemplo, el de Cooper y Hedges, 1994, o el de Hunter y Schmidt, 1990). En la actualidad es muy frecuente encontrar artículos con revisiones meta-analíticas en publicaciones de la mayoría de las disciplinas científicas. Adicionalmente, en 2010 aparece Research Synthesis Methods, la primera revista especializada en Meta-análisis.

- Cooper, H., & Hedges, L. V. (1994). *Handbook of research synthesis*. New York: Russell Sage Foundation.
- Glass, G. V (1976). Primary, secondary, and meta-analysis of research. *Educational Researcher*, 5, 3–8.
- Hedges, L. V. & Olkin, I. (1985). *Statistical methods for meta-analysis*. Orlando, FL: Academic Press.
- Hunter, J. E. & Schmidt, F. L. (1990). *Methods of meta-analysis: correcting error and bias in research findings*. Newbury Park, CA: Sage



John E. Hunter



Procesos psicológicos, aprendizaje y razonamiento

Desde la segunda mitad del siglo XX se han realizado muchos desarrollos sobre modelos matemáticos de procesos de aprendizaje y razonamiento abstracto. Se trata de un campo multidisciplinar, en el que se solapan la inteligencia artificial y la psicología. Desde el punto de vista de la inteligencia artificial, el objetivo es elaborar máquinas o programas informáticos que lleven a cabo comportamientos complejos, que puedan calificarse como inteligentes, con independencia de que la base de estos dispositivos emule o no la forma en que lo hacen los humanos. Para el psicólogo, lo importante es la elaboración de teorías sobre el razonamiento y comportamiento humano. Dentro de este campo hay varios enfoques, a veces contrapuestos o con poco solapamiento entre sí. Algunos de ellos son los siguientes.

El desarrollo de la psicología cognitiva trajo consigo una explosión de trabajos en temas tales como memoria, razonamiento, procesos de organización y recuperación de información, etc. La base de los modelos teóricos de estos aspectos era la lógica formal, y su implementación práctica se realiza en sistemas de producción basados en reglas o en sistemas expertos. Este cambio de enfoque tuvo varias consecuencias: en primer lugar, los enfoques basados en rasgos o factores latentes perdieron vigencia y tomaron un aspecto anticuado como modelo psicológico; en segundo lugar, los nuevos modelos se basan en la lógica formal, no en métodos cuantitativos como la psicometría, que se hizo más independiente del resto de la psicología. Esta situación se mantuvo hasta los años 80 del siglo XX, en que empezaron a resurgir los enfoques cuantitativos motivados por la necesidad de incluir factores de certeza en las reglas en que se basan los sistemas expertos. Los factores de certeza durante un tiempo se asignaban de una manera intuitiva, sin estar basados en reglas claras. A partir de los trabajos de Judea Pearl, los factores de certeza empezaron a calcularse como probabilidades basadas en el teorema de Bayes. Esto supuso el desarrollo de una nueva rama en

inteligencia artificial, las redes Bayesianas, que utilizan modelos probabilísticos como base de razonamiento. Aun así, las redes Bayesianas y la psicometría no han llegado a integrarse y siguen disciplinas independientes.

Los modelos de redes neurales se inspiran en el modo en que funciona una red de neuronas en el tejido nervioso. Contienen una serie de elementos, neuronas, conectadas entre sí mediante enlaces. Los estímulos de entrada se traducen en una estimulación de las neuronas iniciales, que se va transmitiendo al resto de la red a través de los enlaces y llega a producir un resultado en las neuronas finales. Además, incluyen un mecanismo que permite entrenar a la red neuronal, fortaleciendo o debilitando enlaces según se aproxime la respuesta de la red a un patrón predefinido. Por este motivo, las redes neuronales han tenido gran importancia en el estudio del aprendizaje, aunque también han recibido críticas porque permiten emular ciertos comportamientos como el reconocimiento de patrones, sin proporcionar una explicación teórica de los mecanismos subyacentes.

Además de los enfoques anteriores, dirigidos a procesos superiores y relacionados estrechamente con la inteligencia artificial, la psicología matemática ha continuado existiendo como una disciplina muy cercana al laboratorio de psicología experimental, y basada en la formalización de los fenómenos bajo estudio. Gran parte de estos trabajos se basan en el análisis de tiempos de reacción, como la vía para descubrir el modo en que están organizados los procesos mentales que median entre el estímulo y la respuesta. El análisis de tiempos de reacción se ha basado en conceptos estadísticos como los procesos estocásticos y la distribución gamma. Más relacionada con la psicología conductual, también ha persistido otra línea de desarrollo de procesos de aprendizaje, mediante la utilización de cadenas de Markov como método de análisis de las asociaciones entre estímulos y respuestas y su evolución a lo largo del tiempo.

- Anderson, J. A. (1995). *An introduction to neural networks*. Cambridge, MA:MIT Press.
- Anderson, J. R., & Bower, G. H. (1973). *Human associative memory*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Darwiche, A. (2009). *Modeling and reasoning with Bayesian networks*. Cambridge. Cambridge University Press.
- Luce, R. D. (1986). *Response times: Their Role in Inferring Elementary Mental Organization*. Oxford. Oxford University Press.
- Pearl, J. (1988). *Probabilistic reasoning in intelligent systems: Networks of plausible inference*. San Francisco. Morgan Kaufmann Pub
- Pearl, J. (2009). *Causality models, reasoning, and inference*. Cambridge. Cambridge University Press.
- Rumelhart, D., & McClelland, J. (1986). *Parallel distributed processing: Explorations in the microstructure of cognition*. Boston, MA: MIT Press

- Minsky, M., & Papert, S. (1969). *Perceptions*. Cambridge, MA. MIT Press.
- Townsend, J. T. & Ashby, F. G. (1984). *Stochastic modeling of elementary psychological processes*. Cambridge. Cambridge University Press
- Wickens, T. D. (1982). *Models for behavior. Stochastic processes in psychology*. San Francisco, W. H. Freeman and Company.
- Winston, P. H. (1993). *Artificial intelligence*. Boston. Addison Wesley.

Métodos bayesianos

Desde los años 80 del siglo XX se ha producido un gran incremento en la utilización de métodos bayesianos de inferencia estadística. La razón es, en primer lugar, de índole práctica. Los métodos bayesianos tienen una mayor complejidad matemática que los clásicos o frecuentistas y para aplicarlos es necesario resolver integrales que muchas veces son intratables. Los avances en las tecnologías de la información han permitido elaborar programas informáticos que permiten resolver dichas integrales y por tanto aplicar los métodos bayesianos, utilizando métodos de simulación. En concreto, se utiliza la simulación Monte Carlo mediante cadenas de Markov para obtener muestras de las distribuciones a-posteriori involucradas en los métodos bayesianos.

Uno de los campos donde los métodos bayesianos han tenido más desarrollo es el de la psicometría. Esto obedece a razones teóricas y metodológicas. A nivel teórico, gran parte de la psicometría se basa en la distinción entre variables no observadas o latentes (los niveles de rasgo) y variables observadas (las respuestas a los tests y cuestionarios). En dicho marco, resulta natural estimar el nivel de rasgo a partir de su función de distribución condicionada en las respuestas observadas. La distribución condicionada se obtiene del teorema de Bayes, por lo que la lógica bayesiana se adapta muy bien a los modelos que hacen esta distinción entre variables latentes y observadas. A nivel metodológico, resulta complicado estimar modelos psicométricos, y mucho más valorar su bondad de ajuste, utilizando métodos clásicos como máxima-verosimilitud cuando los tests no son de corta longitud. En aplicaciones prácticas, es habitual que las matrices de datos cuenten con decenas de variables observadas y un elevado número de variables latentes. En tales circunstancias, los métodos bayesianos pueden ser la única alternativa viable.

Otra razón del auge de los métodos bayesianos es que permiten superar algunas carencias del contraste de hipótesis tradicional como método de inferencia. En primer lugar, la lógica en que se basa el contraste de hipótesis no se corresponde con uno de los propósitos de los investigadores en su trabajo científico: medir el grado de apoyo a su hipótesis o el nivel de certeza que los datos

atribuyen a varias hipótesis que reflejen distintos modelos teóricos. Frente a esto, el contraste de hipótesis permite rechazar la hipótesis nula pero no medir el grado en que los datos la apoyan. Además, el contraste de hipótesis no es un procedimiento consistente, lo que significa que a medida que aumenta el tamaño muestral, los errores del contraste no tienden a disminuir. Si la hipótesis nula es falsa, la probabilidad de rechazarla tiende a uno al aumentar el tamaño muestral. Cuando la hipótesis es verdadera, la probabilidad de rechazarla permanece constante con independencia del tamaño muestral. Esto tiene dos consecuencias, aumentar el tamaño muestral no sirve para ganar evidencia a favor de la hipótesis nula cuando es verdadera y el contraste es un procedimiento sesgado contra la hipótesis nula.

Por otra parte, los modelos estadísticos sofisticados, como los modelos de efectos aleatorios o los modelos multinivel, son difícilmente estimables por métodos clásicos. La estadística bayesiana proporciona una solución para este problema, así como otras aplicaciones en las que es necesario combinar información de distintas fuentes, el análisis secuencial en el que se van añadiendo observaciones a la muestra hasta alcanzar una decisión estadística, etc.

- Albert, J. H. (1992). Bayesian estimation of normal ogive item response curves using Gibbs sampling. *Journal of Educational Statistics*, 17, 251-269.
- Brooks, S., Gelman, A., Jones, G. L. & Meng, X. L. (2011). *Handbook of Markov chain Monte Carlo*. New York. Chapman & Hall/CRC
- Fox, J. P. (2010). *Bayesian item response modeling*. New York. Wiley
- Gelman, A. Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2013). *Bayesian data analysis*. Third edition. New York. Chapman & Hall/CRC
- Gilks, W. R. Richardson, S. & Spiegelhalter, D. J. (1996). *Markov chain Monte Carlo in practice*. New York. Chapman & Hall/CRC.
- Lee, S. K. (2007). *Structural equation modeling. A Bayesian approach*. New York. Wiley.
- Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian modeling using WinBUGS*. New York. Wiley.
- Rounder, J. N., Speckman, P. L., Sun, D., Morey, R. D. & Iverson, G. (2009). Bayesian t tests for accepting and rejecting the null hypothesis. *Psychonomic Bulletin & Review*, 16, 225-237.

Psicometría, estadística, nuevos modelos y psicología cognitiva

El desarrollo de la psicometría durante la segunda mitad del siglo XX estuvo dominado por tres temáticas. La teoría de respuesta al ítem, que permite analizar datos dicotómicos, ordinales o nominales, y se basa en un estudio detallado de la relación entre cada una de las posibles respuestas y el nivel del sujeto en el factor subyacente. El desarrollo de nuevos modelos ha venido acompañado de la necesidad de mejores métodos de estimación, que han pasado de la estimación por máxima-verosimilitud a métodos Bayesianos basados en simulaciones.

El segundo tema es el desarrollo del análisis factorial de datos categóricos. El modelo factorial tradicional se adapta mejor a variables observadas continuas, que raramente se encuentran en los test, respuestas a encuestas y cuestionarios psicológicos. El modelo factorial categórico y la teoría de respuesta al ítem tienen formulaciones matemáticas aparentemente distintas, pero resultan equivalentes dado que es posible realizar la transformación de un modelo a otro. El análisis factorial categórico se ha caracterizado por centrarse en temas como los nuevos métodos de estimación (mínimos cuadrados ponderados, correlaciones tetracóricas, etc.), o estadísticos de bondad de ajuste cuando falla el supuesto de normalidad.

En tercer lugar, los modelos de ecuaciones estructurales constituyen un paso más en el desarrollo de modelos factoriales y modelos de regresión con variables latentes. Permiten distinguir entre factores exógenos y endógenos, es decir, factores que actúan como variables independientes o dependientes cuando vienen relacionados por una ecuación de regresión.

Durante este tiempo la psicometría ha ido evolucionando desde los planteamientos basados en principios psicológicos a ser una disciplina de tipo metodológico o utilitario. El énfasis ha estado en cuestiones estadísticas relativas a estimación y contraste, y en el incremento de sofisticación de los modelos sobre la base que ya estaba formulada a mediados del siglo XX. De este modo, la clasificación de la psicometría como psicología matemática se ha ido desdibujando para considerarse una parte de la metodología de investigación.

No obstante, en los últimos años se ha producido un intento de volver a introducir principios psicológicos (cognitivos, en este caso) en los modelos psicométricos. Es lo que se conoce como modelos de clasificación diagnóstica, o de modo más reduccionista y menos general como modelos de diagnóstico cognitivo. Parten de la constatación de que resulta insatisfactorio que el resultado de un test o examen sea una mera ordenación de los sujetos de mayor a menor nivel de rasgo. Además de esto, proporcionan una

clasificación de los sujetos en distintas áreas o campos de interés dentro del dominio evaluado, con el propósito de identificar los aspectos fuertes y débiles de las personas evaluadas para identificar aquellas que requieren un aprendizaje o tratamiento posterior.

- Millsap, R. E. & Maydeu-Olivares, A. (2009). *The SAGE handbook of quantitative methods in psychology*. Thousand Oaks. Sage.
- Rao, C. R. & Sinharay, S. (2006). *Handbook of Statistics, Volume 26: Psychometrics*. Boston : Elsevier.

Una visión general sobre el estado actual de la psicología matemática

Dentro de la psicología matemática se han distinguido dos grandes campos, relativamente aislados y con poco trasvase de investigadores entre sí, y que se corresponden con lo que Cronbach denominaba las dos disciplinas de la psicología científica: aquella basada en métodos experimentales y la que utiliza el método correlacional. La distinción no es sólo estadística, sino que afecta a todos los aspectos de la propia investigación. En el campo experimental se han desarrollado modelos teóricos como los de la psicofísica o la teoría de la detección de señales, que se caracterizan por el trabajo de laboratorio y por la búsqueda de relaciones causales. Además, los investigadores experimentales se han caracterizado porque su propósito último es desarrollar teorías psicológicas, utilizando como medio el método experimental.

El campo correlacional utiliza datos de tests, escalas o encuestas, analizados con métodos correlacionales o quasi-experimentos, pero sin llegar al diseño de experimentos de laboratorio. Los métodos de análisis del campo correlacional son los propios de la psicometría, teoría clásica de tests, teoría de respuesta al ítem, modelos factoriales y de ecuaciones estructurales. Los principios psicológicos en que se basan estos métodos son más difusos y han ido perdiendo vigencia, de modo que han llegado a ser métodos generales de investigación aplicables a otras disciplinas como la medición educativa, sociología, etc. El propósito es medir y ordenar a los sujetos por sus niveles de competencia, actitud, etc., muchas veces sin necesidad de un fuerte respaldo psicológico.

La expresión psicología matemática se acuñó a mediados del siglo XX, cuando alcanzó su momento de mayor popularidad. Posiblemente el mejor compendio de lo que entonces se entendía por psicología matemática es el que viene descrito en los tres manuales editados por Luce, Bush y Galanter. Como estos autores reconocieron, el único tema que quedó fuera de estos libros

fue el de la psicometría, que por otra parte fue descrita por Gulliksen, Lord y Novic y Thurstone. Estos cinco libros son posiblemente el mejor resumen del primer medio siglo de la psicología matemática.

Desde entonces, la etiqueta de psicología matemática ha perdido vigencia por la gran cantidad de temas que abarca y la poca conexión teórica entre unos temas y otros. Existen grupos o escuelas de investigación especializados en las distintas temáticas; todas ellas han continuado su desarrollo y se han afianzado, pero con poca influencia entre sí. Es significativo de este fenómeno el hecho de que solamente existan dos revistas que lleven la expresión psicología matemática en su título, existiendo en cambio revistas específicas de cada tema concreto: percepción, psicometría, redes neuronales, redes sociales, etc. El lector interesado debe acudir a buscar información sobre campos específicos, sin que exista un marco general integrador de todos ellos.

- Batchelder, W. H. (2002). Mathematical Psychology. En A. E. Kazdin (Ed.), *Encyclopedia of Psychology*. Washington/New York: APA/Oxford University Press.
- Cronbach, L. J. (1957). The two disciplines of scientific psychology. *American Psychologist*, 12, 671-684.
- Luce, R. D., Bush, R. R., & Galanter, E. (1963). *Handbook of mathematical psychology*. Volumes I, II and III. New York. Wiley.
- Thurstone, L. L. (1937). Psychology as a quantitative rational science. *Science*, 85, 227-232.
- Thurstone, L. L. (1937). Psychology as a quantitative rational science (excerpts). *Psychometrika*, 51, 7-10. Disponible en papel en la UAM
- Townsend, J. T. (2007). Mathematical psychology: Prospects for the 21st century: A guest editorial. *Journal of Mathematical Psychology*, 52, 269–280.

Además, la página web <http://psychcentral.com/classics/index.htm> permite descargar algunos textos clásicos en psicología matemática y otras áreas de la psicología.